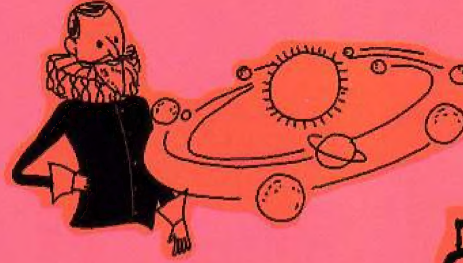
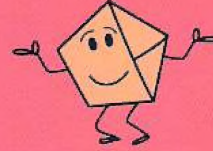


# செயல்வழிக் கணிதம்

வியக்கவைக்கும் கதைகளும், செயல்பாடுகளும்

அரவிந்த் குப்தா

வரைகலை: ரேஷ்மா பார்வா  
தமிழில்: மோ. மோகனப்பிரியா

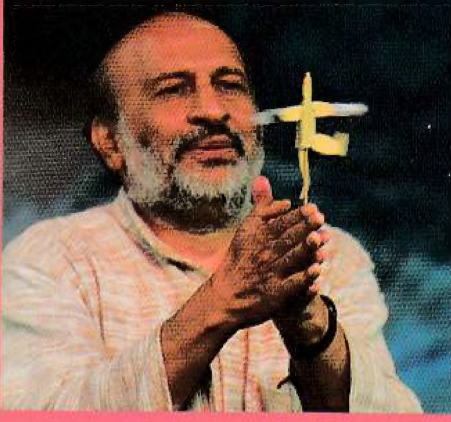


சதவீதம்



வருத்தல்



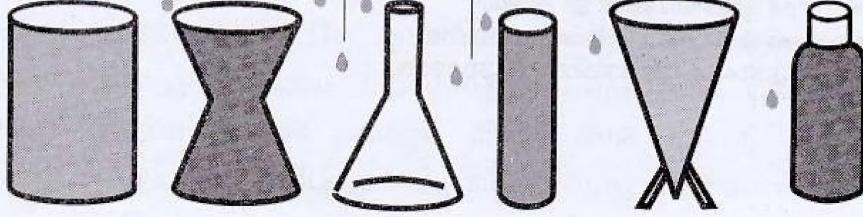


## அரவிந்த் குப்தா

ஐ.ஐ.டி.கான்பூரில்  
மின்பொறியியல் துறையில்  
பட்டம் பெற்றவர். அறிவியல்  
செயல்பாடுகள் குறித்து 20க்கும்  
மேற்பட்ட புத்தகங்களையும்  
ஆங்கிலத்திலிருந்து  
இந்தியில் 150 புத்தகங்களை  
மொழிபெயர்த்துள்ளார். மேலும்  
தூர்தர்ஷனில் அறிவியல்  
செயல்பாடுகள் பற்றிய 125  
குறும்படங்களை வழங்கியும்  
உள்ளார். இவர் இந்திய அரசின்  
அறிவியல் தொழில்நுட்பத்  
துறையினால் வழங்கப்பட்ட  
குழந்தைகளிடையே  
அறிவியலைப்  
பிரபலப்படுத்தியமைக்கான  
தேசிய விருது (1988), கான்பூர்  
இந்திய தொழில் நுட்பக்  
கழகத்தின் புகழ்பெற்ற மாணவர்  
விருது (2000), இந்திய அரசின்  
பத்மஸ்ரீ விருது (2013) உட்பட  
பல விருதுகளைப் பெற்றுள்ளார்.  
இவர் தற்போது புனாவிலுள்ள  
பல்கலைக் கழகங்களுக்கான  
வானியல், வான் இயற்பியல்  
மையத்தில் பணிபுரிகிறார்.  
பொம்மைகள் செய்வதிலும்,  
அறிவியல் நூல்களை  
எழுதுவதிலும் ஈடுபாடு கொண்ட  
இவர், தனது படைப்புகளை  
<http://arvindguptatoys.com> என்ற  
வலைத்தளத்தில் பதிவேற்றி  
வருகிறார்.

# செயல் வழிக் கண்தும்

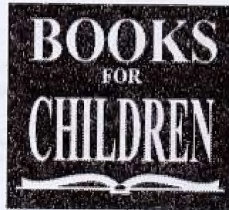
வியக்கவைவக்கும் கதைகளும்,  
செயல்பாடுகளும்



அரவிந்த் குப்தா

தமிழில்: மோ. மோகனப்பிரியா

வரைகலை: ரேஷ்மா பார்வா





Seyal Vazhik Kanitham (in Tamil)

Arvind Gupta | Illustration: Reshma Barve

Originally Published as Hands on Maths in English

Translated into Tamil: M.Mohanapriya

First Published: April, 2021

**BOOKS FOR CHILDREN**

An imprint of Bharathi Puthakalayam

7, Elango Salai, Teynampet, Chennai - 600 018

Email: bharathiputhakalayam@gmail.com | www.thamizhbooks.com

**செயல் வழிக் கணிதம்**

அரவிந்த் குப்தா | சித்திரம்: ரேஷ்மா பார்வா

தமிழில்: மோ.மோகனப்பிரியா

முதல் பதிப்பு: ஏப்ரல், 2021

வெளியீடு:



புக்ஸ் ஃபார் சில்ரன் - பாரதி புத்தகாலயத்தின் ஓர் அங்கம்

7, இளங்கோ சாலை, தேனாம்பேட்டை, சென்னை- 600 018

தொலைபேசி : 044- 24332424, 24332924, 24356935

விற்பனை உரிமை



**விற்பனை நிலையங்கள்**

மதுரை: 37A, பெரியார் பேருந்து நிலையம் - 045 22324674

ஈரோடு: 39: 39 ஸ்டேட் பாங்க் சாலை - 9245448353

திண்டுக்கல்: பேருந்து நிலையம் - 9942331105, 9976053719

பழனி: பேருந்து நிலையம் அருகில் - 9442883696

திருப்பூர்: 447, அவினாசி சாலை - 9486105018

சேலம்: பாலம் 35, அத்வைத ஆஸ்ரமம் சாலை 0427 2335952

திருவல்லிக்கேணி: 48, தேரடி தெரு - 9444428358

வடபழனி: பேருந்து நிலையம் எதிரில் அடையார்

ஆனந்தபவன் மாடியில் - 9444476967

பெரம்பூர்: 52, கூக்ஸ் ரோடு - 9444373716

திருவாரூர்: 35, நேதாஜி சாலை - 9442540543

சேலம்: 15, வித்யாலயா சாலை சாலை

திருநெல்வேலி: 25A, ராஜேந்திரநகர் - 9442149981

அருப்புக்கோட்டை: 49A/4 மெயின் ரோடு, தெற்கு தெரு.-9994173551

மதுரை: சர்வோதயா மெயின்ரோடு

குன்னூர்: N.K.N வணிக வளாகம் பெட்டோர்ட்

செங்கல்பட்டு: I D ஜி.எஸ்.டி. சாலை - 044 27426964

விருதுநகர்: 131, கச்சேரி சாலை - 0456 2245300

கும்பகோணம்: 352, ரயில் நிலையம் எதிரில் - 9443995061

வேலூர்: பேஸ் III, சத்துவாச்சாரி - 9442553893

நெய்வேலி: பேருந்து நிலையம் அருகில், - 9443659147

தஞ்சாவூர்: காந்திஜி வணிக வளாகம் காந்திஜி சாலை - 9655542400

கோவை: 77, மசக்காளிபாளையம் ரோடு, பீனமேடு - 8903707294

திருச்சி: வெண்மணி இல்லம், கரூர் புறவழிச்சாலை - 9994289492

திருவண்ணாமலை: முத்தம்மாள் நகர்

நாகர்கோவில்: 699 கே.பி.ரோடு R.V.புரம் - 9443450111

செதம்பரம்: 11 / 28 வெள்ள திறந்தான் தெரு. - 9994399347

கரூர்: நாரத கானசபா அருகில் (TNGEA OFFICE)- 9442706676

காரைக்குடி: 12, 2 வது தெரு, கம்பன் மணிமண்டபம் பின்புறம் - 9443406150

நீளைத்தி மூல்கள்... நீளைத்தி நேரத்தில்...

thamizhbooks.com



8778073949

ரூ.70/-

அச்சு : பிரிண்டெக், சென்னை - 600 005.



## செயல்வழிக் கணிதம் வியக்கவைக்கும் கதைகளும் செயல்பாடுகளும்

**அரவிந்த் குப்தா** 1975 ஆம் ஆண்டு இந்திய தொழில்நுட்பக் கழகம், கான்பூரில் மின்பொறியியல் துறையில் பட்டம் பெற்றார். இவர் அறிவியல் செயல்பாடுகள் குறித்து 20க்கும் மேற்பட்ட புத்தகங்களை எழுதியுள்ளார். 150 புத்தகங்களை இந்தி மொழியில் மொழிபெயர்த்துள்ளார். மேலும் தூர்தர்ஷனில் அறிவியல் செயல்பாடுகள் பற்றிய 125 குறும்படங்களை வழங்கியும் உள்ளார். இவரின் முதல் புத்தகமான “மேட்ச்ஸ்டிக் மாடல்ஸ் அன்ட் அதர் சைன்ஸ் எக்ஸ்பெரிமெண்ட்ஸ்” என்ற புத்தகம் 12 இந்திய மொழிகளில் மொழிப்பெயர்க்கப்பட்டு, ஐம்பது இலட்சத்திற்கும் அதிகமான பிரதிகள் விற்கப்பட்டுள்ளது. இவர் இந்திய அரசின் அறிவியல் தொழில்நுட்பத்துறையினால் வழங்கப்பட்ட குழந்தைகளிடையே அறிவியலைப் பிரபலப்படுத்தியமைக்கான தேசிய விருது (1988), கான்பூர் இந்திய தொழில்நுட்பக்கழகத்தின் புகழ்பெற்ற மாணவர் விருது (2000), இந்திய அரசின் பத்மஸ்ரீ விருது (2018) உட்பட பல விருதுகளைப் பெற்றுள்ளார். இவர் தற்போது பூனாவிலுள்ள பல்கலைக்கழகங்களுக்கான வானியல், வான் இயற்பியல் மையத்தில் பணிபுரிகிறார். பொம்மைகள் செய்வதிலும், அறிவியல் நூல்களை எழுதுவதிலும் ஈடுபாடு கொண்ட இவர், தனது படைப்புகளை <http://arvindguptatoys.com> என்ற வலைத்தளத்தில் பதிவேற்றி வருகிறார்.

**ரேஷ்மா பார்வா** பூனாவிலுள்ள அபிநவ் கலா மகாவித்யாலாயாவில் வணிகக்கலை பயின்றவர். பகுதிநேர வரைகலை மற்றும் வடிவமைப்பாளரான இவர் குழந்தைகளுக்கான புத்தகங்கள் பலவற்றிற்கு விளக்கப்படங்களை வரைந்துள்ளார்.



# உள்ளே



அறிமுகம்  
 அன்றாட வாழ்வில் கணிதம்  
 ஒன்று முதல் நூறு வரையிலான கூடுதல்  
 ஒன்றோடொன்று இணைக்கவும்  
 லீலாவதி - செய்யுள் வடிவ கணிதம்  
 அனோவின் மந்திர விதைகள்  
 கணித மேதை : இராமானுஜம்  
 மொல்லாகாவின் குதிரை  
 கப்ரேக்கர் மாறிலி - 6174  
 வழிகாட்டுதல்களை பின்பற்றுதல்  
 காகித மடிப்புகளின் வாயிலாக வடிவியல்  
 குறியீடுகளும் இடைவெளிகளும்  
 கணிதத்தின் கடினமான விதிக்கட்டுப்பாடுகள்  
 ஒற்றை மற்றும் இரட்டை  
 கணிதத்தின் தூதுவர் - பி.கே. ஸ்ரீநிவாசன்  
 காகித மடிப்பில் ஐங்கோணம்  
 காகித மடிப்பில் சமபக்க முக்கோணம்  
 காகித மடிப்பில் வைரம்  
 காகித மடிப்பில் எண்கோணம்  
 சிலுவைக் குறியினை உருவாக்குதல்  
 காகித மடிப்பில் அறுங்கோணம்  
 முக்கோணத்தின் கோணங்கள்  
 நாற்கரத்தின் கோணங்கள்  
 காகித பாகைமானி  
 எண் நண்பர்கள்  
 காகித ஒருங்கமைவுகள்  
 வட்டம் வரைதல்  
 கலைடாஸ்கோப்  
 அருமையான பிளக்ஸ்கன்  
 காகிதப் பந்து  
 டெட்ராஹெட்ரான்  
 தென்னங்குச்சியில் வடிவங்கள்  
 பசையில்லாமல் கனசதுரம்  
 இரகசியக் குறியீடுகள்  
 பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகள்  
 பாரம்பரியக் கலையான கோலம்



1  
 2  
 4  
 5  
 6  
 8  
 10  
 11  
 12  
 13  
 14  
 14  
 15  
 15  
 16  
 18  
 18  
 19  
 19  
 20  
 20  
 21  
 21  
 22  
 22  
 23  
 23  
 24  
 25  
 26  
 27  
 27  
 28  
 29  
 30  
 30





# உள்ளே



எளிய பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகள்

சதுரத்தினை உருவாக்கவும்

பிரமிடின் உயரம்

இடமதிப்பு பாம்பு

செங்கல்லின் மூலைவிட்டம்

குற்றவாளிகளைக் கண்டறிதல்

வரைபடங்கள் மற்றும் அளவைகள்

எதன் கனஅளவு அதிகம்?

பேரண்டத்தினை புரிந்துகொள்ளுதல்

கட்டற்ற சிந்தனை

எண்களின் ஒருங்கமைவு புள்ளிகளில்

பூனைகளும் பாப்புகளும்

இருவழிச் சொல் (பாலிண்ட்ரோம்)

மாறாத்தன்மை

பை - யின் மதிப்பினை நினைவில் கொள்ளுதல்

வட்டத்தின் பாகங்கள்

எது அதிகமாக சேகரிக்கும்

தந்திரமான வட்டம்

நூறு வருமாறு கூட்டுக

சதுரங்க பலகையின் மேதை

கணித நிரூபணம்

கண்ணாடி புதிர்கள்

மிகக் குறைந்த தொலைவு

தபால்காரரின் பிரச்சனை

தீக்குச்சிகளை பொருத்துதல்

டேன்கிராம் (புதிர் வெட்டுக் கட்டம்)

பை யின் மதிப்பு

மிகப்பெரிய பெட்டி

பகடையோடு கொண்டாடு

பிறந்தநாள்

துளையிடப்பட்ட சமச்சீர்தன்மை

கணித வரைகலை

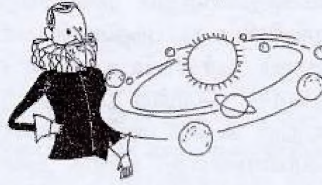
விரல்களில் பெருக்கல்

பூமியின் சுற்றளவு

உருளை கூப்பு கனஅளவு

சதுரத்திலிருந்து முக்கோணம்

விடைகள்



31

31

32

32

33

33

33

34

34

35

35

36

37

38

38

39

39

40

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

51

52

53

53

54

55

56

56

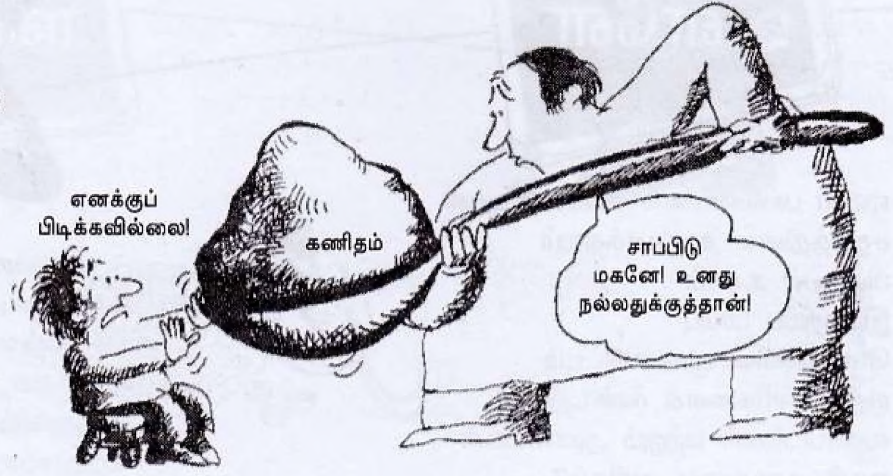
57





நடைமுறை வாழ்வின்  
சிக்கல்களை எதிர்கொள்ள  
கணித சிந்தனை  
அவசியமான ஒரு வழியாகத்  
திகழ்கிறது. அன்றாட  
பிரச்சனைகளை அளவீடு  
செய்ய கணிதம் நமக்குக்  
கைகொடுக்கிறது.

“நான் பணத்தினை  
வங்கியில் நிலையான  
வைப்புத்தொகையாக  
அல்லது நிலையான  
முதிர்வு திட்டத்தில் அல்லது  
பங்குச்சந்தையில் எதில்  
முதலீடு செய்யலாம்?”



“செய்தித்தான் விநியோகிப்பவருக்கு சிறந்த மற்றும் தூரம் குறைந்த பாதை எது?”

முன் எப்போதையும்விட இக்காலத்தில் அளவீடு சார்ந்த சிந்தனை நமக்கு அதிகம் தேவைப்படுகிறது. ஆனால் பள்ளிகள் அரிதாகத்தான் நடைமுறை வாழ்வோடு தொடர்புபடுகின்றன. பெரும்பான்மையான கணித வகுப்புகளில் மாணவர்கள் பாடத்திட்டத்திற்கு உட்பட்ட சுவாரசியமற்ற கணக்குகளையே எதிர்கொள்கின்றனர். நடைமுறை சூழலில் கணிதத்தின் மிகப்பெரிய வாய்ப்பினை உணர்ந்துகொள்ளாமல் அரைத்த மாவினை அரைப்பதுபோல் தீர்க்கப்பட்ட புத்தகக் கணக்குகளுக்கு தீர்வு கண்டுபிடித்துக் கொண்டுள்ளனர்.

கணிதமானது அதன் மிகப்பெரிய நோக்கத்திலிருந்தும், நடைமுறைப் பயன்பாட்டிலிருந்தும் விலகி வெறும் கணக்கீடு என்ற அளவில் சுருங்கிவிட்டது. புத்திசாலி மனிதர்கள், கணிதம் அவர்களுக்கானது அல்ல என்ற முடிவிற்கு வருவதில் ஏதேனும் ஆச்சரியம் உள்ளதா என்ன!? ஆரம்பகால கணிதமானது தையல்காரர்கள், உலோகவேலை பார்ப்பவர்கள் போன்ற நடைமுறை சார்ந்த கைவினைக் கலைஞர்களால் உருவாகி வளர்ச்சிபெற்று என்பதனை நாம் மெல்ல மறந்துகொண்டு வருகிறோம். கணிதமானது பயிற்சிகளின் ஆழமான வேரினைக் கொண்டுள்ளது. கணித அகராதியானது கடந்தகால நடைமுறை வாழ்வியலால் நிரம்பியுள்ளது. உதாரணமாக “straight line” என்ற சொல்லானது “stretched line” அதாவது நீட்டப்பட்ட சணல்துணி என்ற இலத்தீன் மொழிச்சொல்லிலிருந்து உருவானதாகும். எந்தவொரு விவசாயியும் ஒரு நீட்டப்பட்ட கம்பியின் துணைக்கொண்டு உருளைக்கிழங்கினை நேர்கோட்டில் பயிரிடமுடியும், எந்தவொரு கொத்தனாரும் நீட்டப்பட்ட கம்பியினைக் கொண்டு செங்கற்களை நேர்கோட்டில் பொருத்தமுடியும். அதேபோல் நாம் பரவலாக பயன்படுத்தக்கூடிய digits என்ற சொல்லானது நமது கைகளில் உள்ள பத்து விரல்களைக் குறிக்கக்கூடிய இலத்தீன் சொல்லான ‘digitus’ என்பதிலிருந்து உருவானதாகும்.

பள்ளிக்கணிதத்தினை அதன் நடைமுறைக்கு அப்பாற்பட்ட நிலையிலிருந்து மீட்டு திறன்மிகுந்த, உண்மையான பயன்பாட்டிற்கு கொண்டுவர வேண்டிய நேரம் வந்துவிட்டது. கணினிகள் சிக்கலான கணக்கீடுகளைத் தீர்க்க உதவுகின்றன. அதேபோல் ஒரு நுண்கணித வகுப்பானது ஒரு பொறியியலாளருக்கு நடைமுறையில் சிறப்பான பாலங்களையும், கட்டிடங்களையும் கட்டுவதில் உள்ள பிரச்சனைகளைச் சரிசெய்ய உதவ வேண்டும். கணிதமானது மேலும் சுவாரசியமானதாகவும் நடைமுறை பிரச்சனைகளைச் சரிசெய்ய மாணவர்களைத் தூண்டவதாகவும் அமைய வேண்டும்.

குழந்தைகள் பலவகைப்பட்ட புதிர்களுக்கான விடைகளைக் கண்டறிவதன்மூலம் கணிதத்தினை விளையாட்டாக கற்றுக்கொள்ளலாம். அவர்கள் பொருள்களைக்கொண்டு சோதனைகள் செய்ய வேண்டும். இப்புத்தகமானது சில வியக்க வைக்கும் கணித கதைகளையும், செயல்பாடுகளையும் தொகுத்துக் கூறுகிறது.

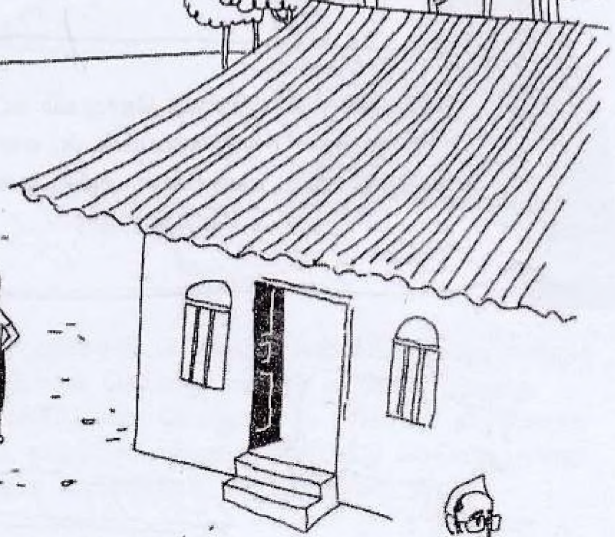


## அன்நாட வாழ்வில் கணிதம்

டாக்டர். அபய் பேங் ஒரு குறிப்பிடத்தகுந்த மருத்துவர் ஆவார். சமூக நல செயல்பாட்டாளரான இவர் இந்தியாவில் ஏழ்மை நிலையில் உள்ள மக்களுக்காகப் பணியாற்றி வருகிறார். இவர் தனது குழந்தைப்பருவத்தில் வார்தாவில் காந்தியால் உருவாக்கப்பட்ட நய் தலீன் பள்ளியில் (அடிப்படைக் கல்வி) கல்வி பயின்றார்.



கணிதத்தின் வாழ்வியல் பயன்பாடுகளைப் புத்தகங்கள் வாயிலாக அல்லாமல் பள்ளியில் பசுக்களுக்கான நீர்த் தொட்டியினைக் கட்டியதன் மூலம் தன்னால் எவ்வாறு கற்றுக்கொள்ள முடிந்தது என்ற சுவாரசியமான கதையினை டாக்டர்.பேங் இங்கு நினைவுகூர்கிறார்.



கணித பாடப்புத்தகங்களில் வழக்கமாக கேட்கப்படும் ஒரு கேள்வியினைக் காண்போம். ஒரு நீர்த்தொட்டியில் இரண்டு குழாய்கள் காணப்படுகின்றன. ஒரு குழாய் தொட்டியில் நீரினை நிரப்புவதற்காகவும், மற்றொன்று அதில் உள்ள நீரினை வெளியேற்றுவதற்காகவும் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. தொட்டி நிரம்ப எவ்வளவு காலம் எடுத்துக்கொள்ளும்?

கணித பாடப்புத்தகங்கள் இவ்வாறான அலுப்பூட்டும் கேள்விகளால் நிரம்பியுள்ளன. எந்தவொரு புத்திசாலி மாணவரும் இக்கேள்விக்கு கீழே அமைக்கப்பட்டுள்ள குழாயினை மூடுவதன் மூலம் சுலபமாக விடைகாண இயலும்.

நான் எனது பள்ளியில் கனஅளவு என்ற கருத்தினை எவ்வாறு கற்றுக்கொண்டேன் என்பதனை ஒரு உதாரணத்திற்குக் கூறுகிறேன்.



கணிதத்திற்கும் நடைமுறை வாழ்வியலுக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு இருக்கிறதா? என்பது விவாதிக்கத்தக்க கேள்வியாகும்.

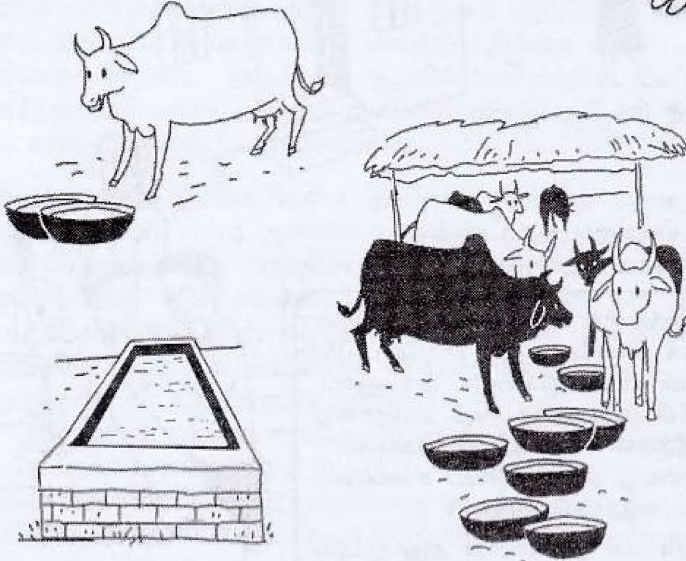
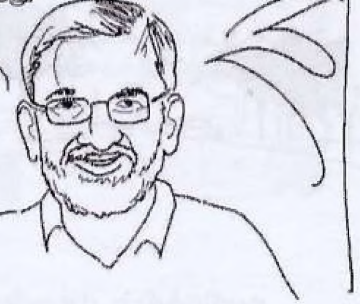




நாங்கள் தினந்தோறும் மூன்று மணிநேரம் சமூகம் சார்ந்த பணிகளில் ஈடுபடுத்தப்பட்டோம். இது காந்திஜியின் கொள்கைகளில் ஒன்றான 'உணவிற்கான உழைப்பு' அதாவது குழந்தைகள் அவர்களுக்கான உணவினை வயல்களில் உழைத்துப்பெற வேண்டும் என்பதன் ஒரு பகுதியாகும்.

வினோபா பாவேயின் கொள்கைகளில் ஒன்றான 'சமூகத்திற்கு பயனுள்ள பணிகளைச் செய்வதன்மூலம் பல்வேறு திறன்களைப் பெறுவது' என்பதன் ஒரு பகுதியாகவும் இது இருந்தது.

இதற்காக நான் புதிதாகத் தொழுவம் கட்டும் பணியில் சில நாட்கள் ஈடுபடுத்தப்பட்டேன். எனது ஆசிரியர் ஒரு குறிப்பிட்ட பணியினை அதில் எனக்கு ஒதுக்கீடு செய்திருந்தார்.



ஒரு பசு ஒரு நாளில் எவ்வளவு நீர் அருந்தும் என நான் கண்டறிய வேண்டும். தொழுவத்தில் உள்ள அனைத்துப் பசுக்களுக்கும் எவ்வளவு நீர் தேவைப்படும்? அதற்கேற்ப அனைத்துப் பசுக்களின் தாகம் தீர்ப்பதற்கு ஏற்ப ஒரு நீர்த்தொட்டியினைக் கட்ட வேண்டும்.

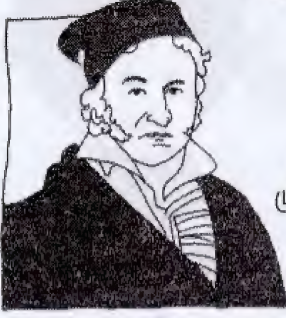
இத்தொட்டியினைக் கட்ட எத்தனை செங்கற்கள் தேவைப்படும் எனக் கணக்கிட்டு கடையில் சென்று வாங்கிவர வேண்டும். ஒரு வாரத்திற்கும் மேலாக நான் இந்த நடைமுறை வாழ்வியல் கணக்கீடுகளால் மூளையினை கசக்கிக் கொண்டிருந்தேன்.

நீர்த்தொட்டிகள் பல்வேறு அளவுகளில் காணப்படுகின்றன. அதன் கனஅளவினை எவ்வாறு அளக்க வேண்டும்? தொட்டியின் கனஅளவிற்கும், வெளிப்புற மேற்பரப்பிற்கும் உள்ள தொடர்பு யாது? முடிவில், நான் நீர்த்தொட்டியினைக் கட்டிமுடித்தேன். இப்பணியின்மூலம் நடைமுறை வாழ்வில் எவ்வாறு கணிதம் பயன்படுகிறது என்பதனை கற்றுக்கொண்டேன்.



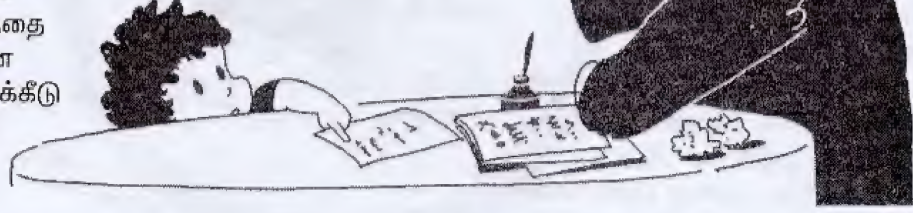


## ஒன்று முதல் நூறு வரையிலான கூறுகள்



கார்ல் பிரட்ரிக் காஸ் (1777-1855)  
கணிதவியலாளர்களுள் மிகச் சிறந்தவர்  
ஆவார். ஜெர்மனியில் ஒரு ஏழைக்  
குடும்பத்தில் பிறந்த இவர் மிகச்சிறு வயது  
முதலே கணிதத்தில் வியக்கத்தக்க திறனைப்  
பெற்றிருந்தார்.

காஸின் சிறிய வயதில்  
ஒரு நாள் அவரது தந்தை  
தொழிலாளர்களுக்கான  
ஊதியத்தினைக் கணக்கீடு  
செய்வதைப் பார்த்துக்  
கொண்டிருந்தார்.



சிறிது நேரம் கழித்து தந்தையிடம் அவரது கணக்கீடு தவறு என்றும்  
அதனை எவ்வாறு சரியாகச் செய்வது என்றும் கூறினார். அவரது  
தந்தை மீண்டும் கணக்கீட்டினை செய்து காஸ் சரியாகக் கூறியதைக்  
கண்டறிந்தார். யாரும் காஸிற்கு எவ்வாறு கணக்கீடு செய்வது என்று  
கற்றுத்தரவில்லை. அவர் கவனித்தார், கற்றுக்கொண்டார்.



காஸின் பள்ளிப்பருவத்தில் நடந்த ஒரு நிகழ்வானது பிரபலமான கதையாகக் கூறப்படுகிறது.  
அவர் பத்து வயது சிறுவனாக இருந்துபோது அவரது ஆசிரியர் புட்னர் மாணவர்கள்  
அனைவரையும் 1 முதல் 100 வரையிலான எண்களை எழுதி அவை அனைத்தினையும் கூட்டச்  
சொன்னார். சிறுவர்கள் தங்களது சிலேட்டுகளில் எண்களை எழுதி, அவ்வெண்களைக்  
கூட்டத் தொடங்கினர். ஆரம்பத்தில் சில எண்களைக் கூட்டுவதற்கு எளிதாக இருந்தபோதிலும்  
இரண்டிலக்க எண்களைக் கூட்டத் தொடங்கியபோது அவர்களின் செயல்பாடுகள் வேகம் குறையத்  
தொடங்கியது. இருந்தபோதிலும் தொடர்ந்து மாணவர்கள் அச்செயல்பாட்டில் ஈடுபட்டனர். காஸ்  
அவ்வெண்களை உற்றுநோக்கினார். தன்னை மறந்த நிலையில் அவ்வெண்களை இணைசேர்த்துப்  
பார்த்தபோது அவற்றுக்கிடையே அற்புதமான ஒழுங்கமைவினைக் கண்டறிந்தார்.





ஒரு நொடியில் தனது சிலேட்டில்  
5050 என்ற விடையினை எழுதினார்.

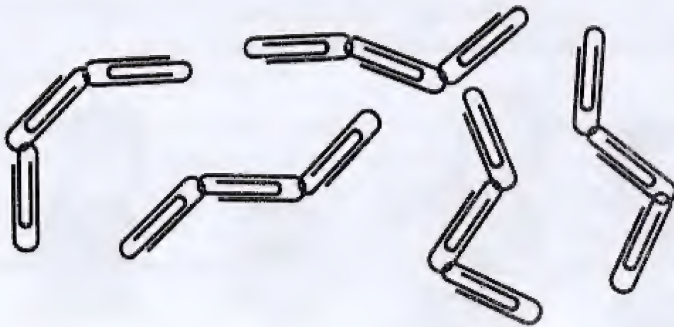
மற்ற மாணவர்கள் வகுப்பு  
முடியும் வரையிலும்  
இக்கணக்கிற்காக மூளையினை  
கசக்கிக் கொண்டிருந்தபோது,  
அவரது ஆசிரியரின் கோபப்  
பார்வைக்கிடையில் காஸ் தனது  
கைகளை மடக்கி உட்கார்ந்து  
கொண்டிருந்தார்.

வகுப்பின் முடிவில், காஸ் மட்டுமே  
சரியான விடையினை அளித்தார்.  
ஆசிரியர் அதனைப் பற்றி  
கேட்டபோது, தனது விடையினை  
எவ்வாறு பெற்றார் என்பதனையும்  
காஸ் விளக்கினார்.

ஒழுங்கமைவினைக்  
கண்டறியும்போது  
விடயங்கள்  
எளிதாகின்றன.

நான் முதல் மற்றும் கடைசி எண்களை உற்று நோக்கினேன்.  
அவற்றின் கூடுதலானது  $100 + 1 = 101$ . பிறகு இரண்டாவது  
எண்ணையும் கடைசியிருந்து இரண்டாவது எண்ணையும்  
எடுத்துக் கொண்டேன். அதன் கூடுதலும்  $101 (2 + 99 = 101)$ .  
இவ்வாறு மூன்றாவது எண்ணையும், கடைசியிலிருந்து  
மூன்றாவது எண்ணையும் கூட்டும் போது அதன் கூடுதலும்  
 $101 (3 + 98 = 101)$  ஆக இருந்தது. எண்களின் தொடர் முழுவதும்  
இந்த ஒழுங்கமைவானது காணப்பட்டது. அத்தொடரில் 100  
எண்கள் உள்ளதால், அதில் 50 இணை எண்கள் இருக்கும்.  
ஒவ்வொன்றின் கூடுதல் 101 ஆகும். எனவே நான் 101 ஐ 50  
ஆல் பெருக்கி 5050 என்ற விடையினைப் பெற்றேன்.

### ஒன்றோடொன்று இணைக்கவும்



இங்கு காணப்படும் 15 கொக்கிகளையும்  
ஒன்றோடொன்று இணைத்து ஒரு  
நீண்ட சங்கிலியினை ஏற்படுத்த  
வேண்டும்.

ஒரு கொக்கியினை வெட்டுவதற்கு ஒரு  
ரூபாயும், அதனைப் பற்றவைப்பதற்கு  
இரண்டு ரூபாயும் செலவு ஆகும்.

சங்கிலியினை மிகக்குறைந்த செலவில்  
உருவாக்குவதற்கான வழிமுறை யாது?

விடைக்கு 57 ஆம் பக்கம் பார்க்கவும். 5



பாஸ்கரச்சாரியா  
(1114–1183) தன்னுடைய  
புகழ்பெற்ற நூலான  
லீலாவதியில், “எந்தவொரு  
எண்ணையும் பூஜ்யத்தால்  
வகுத்தால் முடிவறா எண்  
கிடைக்கும். இது உலகங்கள்  
உருவாக்கப்படும் போதும்  
அல்லது அழிக்கப்படும்போதும்  
கூட மாறாதது.” என்கிறார்.



கணிதமானது சிக்கலான, இயந்திரத்தனமாக பகுத்தறிவு செய்யப்படவேண்டிய ஒன்றாக பல நேரங்களில் கருதப்படுகிறது. இந்திய கணிதவியலாளரான பாஸ்கரச்சாரியாவின் லீலாவதியானது இத்தகைய எண்ணத்தினை மாற்றும் வகையில் எண் கணிதத்தினை செய்யுள் வடிவத்தில், நடைமுறை வாழ்வியலுடன் இணைத்து படிப்பவர்களுக்கு ஆர்வமூட்டும் வகையில் எழுதப்பட்டுள்ளது.

கீழ்க்கண்ட உதாரணத்தினை எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒரு தேனீக்கூட்டத்தின் மொத்த எண்ணிக்கையில் பாதியின் இருமடமூலத்தின் அளவிலான தேனீக்கள் மாலதி-பத்திரி மரத்தினை நோக்கி செல்கின்றன. அவற்றினை மொத்த எண்ணிக்கையில் 8/9 பங்கு தேனீக்கள் பின்தொடர்கின்றன. ஒரு தேனீயானது தாமரைப் பூவினுள் மாட்டிக்கொண்டது. அதன் ரீங்காரத்தினைக் கேட்டு மற்றொரு தேனீயானது அதன் அருகில் செல்கிறது.

ஓ! பெண்ணே, மொத்தத்தில் அங்கு எத்தனை தேனீக்கள் உள்ளன என எனக்கு கூறுவாயாக?





பாஸ்கரச்சாரியா தனது மகள் லீலாவதிக்கு கணினிதத்தில் ஆர்வத்தினை ஏற்படுத்துவதற்காக இக்கணக்குகளை எழுதியதாகக் கூறப்படுகிறது. பாஸ்கரா லீலாவதியின் ஜாதகத்தினைப் பார்த்து அவளது திருமணம் குறிப்பிட்ட நேரத்தில் நடைபெறவில்லையெனில் அவளது கணவன் உடனடியாக இறந்துவிடுவான் என்பதாகக் கணினித்தார்.

எனவே சரியான நேரத்தினை நிர்ணயிப்பதற்காக அவர் ஒரு பெரிய நீர் நிறைந்த பாத்திரத்தில் அடிப்பகுதியில் துளையிடப்பட்ட கிண்ணத்தினை வைத்தார். நேரம் செல்லச்செல்ல அக்கிண்ணமானது மூழ்கத் தொடங்கியது. பாஸ்கரா இந்த அமைப்பினை ஓர் அறையில் வைத்துவிட்டு லீலாவதியிடம் அதன் அருகில் செல்ல வேண்டாம் எனக்கூறிச் சென்றார். ஆனால் லீலாவதியால் தனது ஆர்வத்தினைக் கட்டுப்படுத்த இயலவில்லை. அவர் அறைக்குச் சென்று அப்பாத்திரத்தினைப் பார்த்தார். அப்போது அவரது மூக்குத்தியில் இருந்த முத்தானது தற்செயலாக அக்கிண்ணத்தில் விழுந்து, அந்த அமைப்பில் பிழை ஏற்படுத்தியது. எனவே திருமணம் நடைபெற வேண்டிய நேரத்தில் பிழை ஏற்பட்டு விரைவில் லீலாவதி கணவரை இழந்தார்.



முத்துகளின் எண்ணிக்கை பற்றிய மற்றொரு கணக்கினைப் பார்ப்போம்.

ஒரு முத்துமாலையானது அறுந்து அதில் உள்ள முத்துகள் சிதறி கீழே விழுந்தன. ஆறில் ஒரு பங்கு முத்துகள் தரையிலும், ஐந்தில் ஒரு பங்கு படுக்கையிலும் விழுந்தன. அந்த இளம்பெண் மூன்றில் ஒரு பங்கினைக் கீழே விழாமல் பிடித்துக்கொண்டாள். பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றவர்களால் சேகரிக்கப்பட்டது. ஆறு முத்துகள் கோர்க்கப்பட்ட இழையிலேயே மீதம் இருந்தால், முத்து மாலையில் எத்தனை முத்துகள் கோர்க்கப்பட்டிருக்கும் ?

விடைக்கு 57 ஆம் பக்கம் பார்க்கவும்.

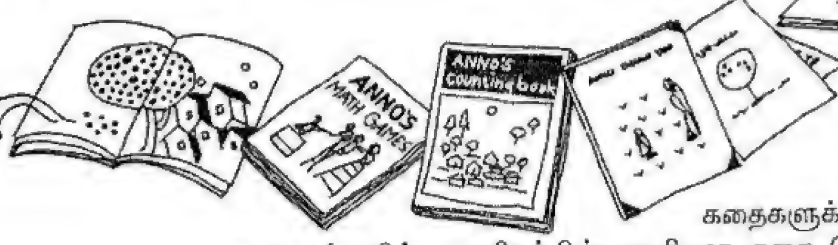


## அனோவின் மந்திர விதைகள்

அனோவின் மந்திர விதை ஒர் அரிய புத்தகமாகும். இதில் வியப்பூட்டும் கணிதக்கருத்துகள், மனதை ஈர்க்கும் கதையினூடே பிணைக்கப்பட்டு கூறப்படுகின்றன. இந்நூலினை ஜப்பானின் போற்றத்தக்க எழுத்தாளரான மித்துமாசா அனோ (1926-) எழுதியுள்ளார். அனோ எழுதிய வியக்கத்தக்க புத்தகங்களுக்காக அவருக்கு ஹான்ஸ் கிரிஸ்டியன் ஆண்டர்சன் விருதானது 1984 ஆம் ஆண்டு வழங்கப்பட்டது.

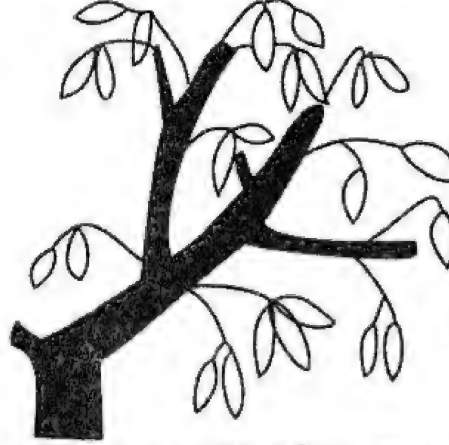


அனோ  
மிகவும்  
எளிமையாக  
கணிதத்தினைக்  
கதைகளுக்குள் புகுத்தினார்.



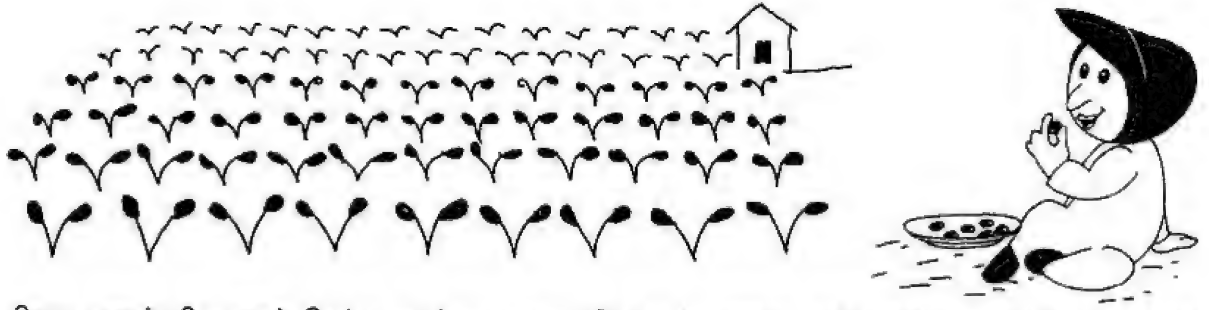
பலசமயங்களில் கணிதத்தின் வாயிலாக கதை சொல்லப்படுகிறது அல்லது கதையின் வாயிலாக கணிதம் சொல்லப்படுகிறது என்ற குழப்பத்தினை ஏற்படுத்தும் வகையில் இவரின் புத்தகங்கள் அமைந்துள்ளன.

"ஜேக் நல்ல பையனாக இருந்தபோதிலும், ஒரு சோம்பேறியாக இருந்தான். ஒருநாள் அவன் ஒரு வயதான ஞானியைச் சந்தித்தான். அவர் ஜேக்கிற்கு இரண்டு மந்திர தங்க விதைகளை அளித்தார். அதில் ஒரு விதையினை அவன் உண்டான். விந்தையூட்டும் வகையில் அவனுக்கு வருடம் முழுவதும் பசி ஏற்படவில்லை. ஞானி கூறியவண்ணம் அவன் மற்றொரு விதையினை பூமியில் நட்டுவைத்து வளர்த்தான். அத்தாவரம் ஒரு வருடத்தில் இரண்டு விதைகளை அளித்தது. ஒரு விதை அவன் வயிற்றினை வருடம் முழுவதிற்கும் நிறைத்தது. மற்றொரு விதையினை நட்டு வைத்தான். ஒவ்வொரு தாவரமும் இரண்டு விதைகளை அளித்தது. எனவே ஒவ்வொரு வருடமும் அவன் ஒரு விதையினை உண்டு மற்றொன்றை நட்டுவைத்து வளர்த்தான்."

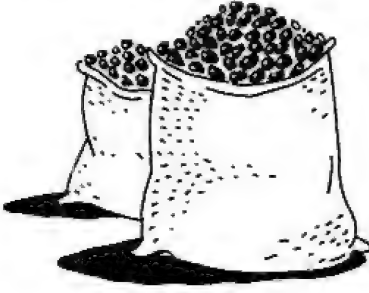


வருடங்கள் கடந்தன. ஒரு வருடம் ஜேக், அவ்வருடத்தில் உணவினை வேறுவகைகளில் பெற்றுக்கொண்டு இரு விதைகளையும் நடலாம் என முடிவு செய்தான். அடுத்த வருடம் அவன் நான்கு விதைகளைப் பெற்றான். ஒன்றினை உண்டுவிட்டு 3 விதைகளை நட்டான். அடுத்த வருடம் 6 விதைகளைப் பெற்றான். ஒரு விதையினை உண்டான், 5 விதைகளை நட்டான். அவன் விதைகளைச் சேகரித்துவைத்து பணக்காரனாக மாறினான்.





பிறகு அவன் திருமணம் செய்து குழந்தைகளைப் பெற்றான். அவன் குடும்பத்திற்கு மட்டும் அல்லாமல் ஊருக்கும் உணவு அளித்தான். அவனது அதிர்ஷ்டம் வளர்ந்தது. விரைவில் மிகப்பெரிய பணக்காரனாக ஆனான். துரதிர்ஷ்டவசமாக ஒரு நாள் மிகப்பெரிய வெள்ளம் வந்து அவன் ஊர் முழுவதையும் அடித்துக்கொண்டு சென்றுவிட்டது.



ஜேக் மற்றும் அவனது குடும்பத்தினர் இயற்கையின் சீற்றத்தால் அனைத்தையும் இழந்தனர். சில மாய விதைகள் மட்டும் ஒரு தாவரத்தின் கிளையில் எஞ்சியிருந்தன. ஜேக், அவனது மனைவி மற்றும் அவனது பிள்ளைகள் கடவுளுக்கு நன்றி கூறி தங்கள் வாழ்க்கையினை மீண்டும் தொடங்கினர்.

பல அடுக்குகளைக் கொண்ட இக்கதையானது பொழுதுபோக்காக கணிதத்தினைக் கூறுகிறது என்பதனை விட ஆழமான செய்திகளைக் கொண்டுள்ளது. ஜேக் எப்போது தனது சோம்பறித்தனத்தினை விடுத்தான் என்பதனைக் காட்சிக்குறிப்புகள் வெளிப்படுத்துகின்றன. கூர்மையான வாசகர்களால் ஜேக் எக்கணத்தில் புத்திசாலியாக (அல்லது கணக்கீட்டில் திறன்பெற்றவனாக) மாறினான் என்பதனைக் கண்டறிய முடியும். முடிவில் அறிவார்ந்த ஜேக் தைரியம் பெற்று தனது வாழ்க்கையினை மீண்டும் முதலில் இருந்து தொடங்குகிறான். அனைத்து வயது வாசகர்களின் மனதினைத் தொடும் செய்திகள் இங்கு காணப்படுகின்றன. இக்கதையானது நிஜ உலகின் பல நிகழ்வுகளைப் பிரதிபலிக்கிறது. செல்வ நிலையினைத் தொடர்ந்த வறுமையினையும், சாகசத்தினையும் கூறுகிறது. அதிர்ஷ்டம் வெற்றியினைத் தேடித்தருகிறது. ஆனால் இயற்கைப் பேரிடர் செல்வங்கள் அனைத்தையும் துடைத்துச் செல்லும் அச்சுறுத்தலைத் தருவதோடு, நமக்கு எப்போதும் தேவைப்படும் பணிவினையும் எடுத்துக்கூறுகிறது.



## கணித மேதை : இராமானுஜம்

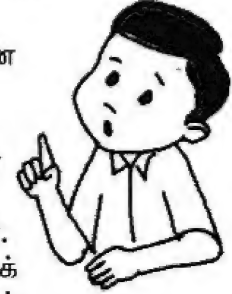


சீனிவாச இராமானுஜம் தமிழ்நாட்டினைச் சேர்ந்த ஈரோட்டில் 1887 ஆம் ஆண்டு டிசம்பர் 22 ல் பிறந்தார். இவரது தந்தை ஒரு புடவைக் கடையில் எழுத்தராகப் பணிபுரிந்தார். இராமானுஜம் குழந்தைப் பருவத்திலேயே அதிசயத்தக்க வகையில் கணிதத்தில் சிறந்தவராக விளங்கினார். அவர் எப்போதும் கேள்விகள் கேட்டார்... சில சமயங்களில் வழக்கத்திற்கு மாறாகவும் அவை இருந்தன. உதாரணமாக “ஒரு நீராவி எஞ்ஜின் ஆல்பா சென்டாரியினை அடைய எவ்வளவு நேரம் எடுத்துக்கொள்ளும்?”. இதனால் இவர் ஆசிரியர்களுக்கு விருப்பமில்லாத மாணவராக இருந்தார்.

ஒரு நாள் ஆசிரியர் வகுத்தல் பற்றி விளக்கிக்கொண்டிருந்த போது “நீங்கள் ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் வகுத்தால் கிடைக்கும் மதிப்பு 1” என்றார். “பூஜ்யத்தினை பூஜ்யத்தால் வகுத்தாலும் 1 கிடைக்குமா?” எனக் கேட்டார் இராமானுஜம்.

இராமானுஜம் வியக்கத்தக்க கணிதவியலாளர். அவர் கணிதத்தில் முறையான பயிற்சி எடுத்துக்கொள்ளவில்லை. இருந்தபோதிலும், அவர் மதிப்புமிக்க எண்கணிதத் தேற்றங்களை உருவாக்கினார். ஒருமுறை பால் ஏர்டோசு அவர்கள் ஜி.ஹெச். ஹார்டியிடம் கணிதத்திற்கான உங்களின் பெருமைமிக்க பங்களிப்பு யாது? எனக் கேட்டார். எந்தவித தயக்கமும் இல்லாமல் “இராமானுஜத்தினைக் கண்டுபிடித்தது” என ஹார்டி பதிலளித்தார். ஹார்டி இராமானுஜத்திடம் தேற்றங்களுக்கான வலிமையான நிரூபணங்களைக் கேட்கும்போது, இராமானுஜம் அவைகளுக்கான குறிப்புகளை பல சமயங்களில் முற்றிலும் உள்ளுணர்வின் அடிப்படையில் எழுதினார்.

இராமானுஜம் தனது இளங்கலை அறிவியல் பட்டத்தினை கேம்பிரிட்ஜில் 1916 ஆம் ஆண்டும், ராயல் சொசைட்டி உறுப்பினர் என்ற பட்டத்தினை 1919 ஆம் ஆண்டும் பெற்றார். மிகக் கடுமையாக சைவ உணவு முறையினைப் பின்பற்றிய இவர் தனது உணவினைத் தானே சமைத்துக்கொண்டார். அதிக வேலைப்பளு காரணமாகவும், சரியான உணவினை எடுத்துக்கொள்ளாத காரணத்தினாலும், அவர் இங்கிலாந்தில் காசநோயால் பாதிக்கப்பட்டு மருத்துவமனையில் அனுமதிக்கப்பட்டார்.



டி. டி கோசாம்பி  
(புகழ்பெற்ற இந்திய  
கணிதவியலாளர்)

“நமது நாடானது பாஸ்கர்ச்சாரியாவை அடுத்து, 800 வருடங்களில் ஒரு முறை மட்டுமே ஆகச்சிறந்த கணிதவியலாளரை உருவாக்கியுள்ளது. அவர்தான் இராமானுஜம். அவரால் கல்லூரியின் முதல் வருடத்தினைக்கூட தேர்ச்சிபெற இயலவில்லை. இந்தியா அவருக்கு பிறப்பு, வறுமை, காசநோய் மற்றும் இளம்வயது மரணத்தினை அளித்தது. அவரின் அறிவாற்றலை உணர்ந்து, அவரை இங்கிலாந்திற்கு அழைத்துச்சென்று, பயிற்சியளித்து அவரின் அசாதாரண திறமையினை உலகறியச்செய்த அழியாத பெருமை ஆங்கிலக் கணிதவியலாளரான ஹார்டியைச் சேரும்.”



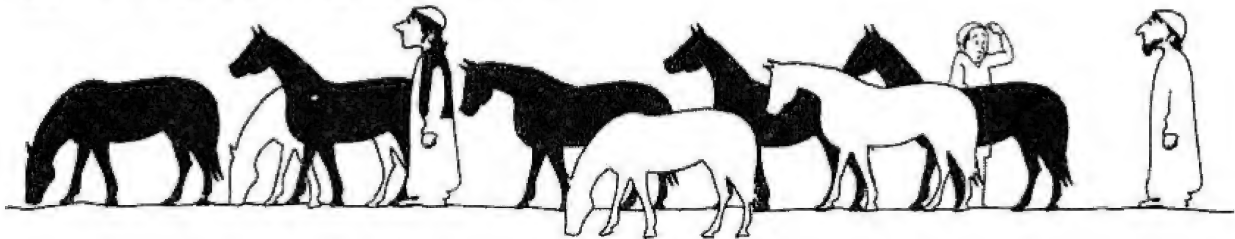
ஒருமுறை மருத்துவமனையில் அனுமதிக்கப்பட்டிருந்த இராமானுஜத்தினைக் காண ஹார்டி சென்றார். அப்போது அவர் இராமானுஜத்திடம் “நான் மருத்துவமனைக்கு வந்த டாக்சியின் எண் 1729. அந்த எண் ஒரு மந்தமான எண்ணாக எனக்குத் தோன்றுகிறது.” என்றார்.



### மொல்லாகாவின் குதிரை

ஒரு காலத்தில் வணிகர் ஒருவர் வாழ்ந்து வந்தார். அவருக்கு மூன்று மகன்கள் இருந்தனர். மூவருமே வணிகத்தில் ஆர்வம் இல்லாமல் இருந்தனர். அவரது மேலாளர் அனைத்து வரவு செலவு கணக்குகளையும் பார்த்துக்கொண்டார். ஒருநாள் அவ்வணிகர் உடல்நிலை சரியில்லாமல் படுக்கையில் விழுந்தார். அவரின் கடைசிக் காலத்தில் உயில் ஒன்றினை எழுதினார். அதில் அவரது சொத்தில் பாதியானது முதல் மகனுக்கும், அடுத்த பாதியில் ஒரு பாதி இரண்டாவது மகனுக்கும், மீதமுள்ள பாதி மூன்றாவது மகனுக்கும் சேர வேண்டும் என எழுதியிருந்தார். அவரது மரணத்திற்கு பிறகு அவரது மகன்கள் தனது தந்தை தங்களுக்காக 7 குதிரைகளை மட்டுமே விட்டுச் சென்றுள்ளார் என்பதனை அறிந்துகொண்டனர். உயிலின்படி அக்குதிரைகளைப் பிரித்தால் குதிரைகளைப் பாதியாக வெட்ட வேண்டியிருக்கும். அதனால் என்ன செய்வது என அவர்கள் குழப்பத்தில் இருந்தனர்.

மொல்லாகா என அழைக்கப்படும் ஒரு புத்திசாலி மனிதர் அவர்களுக்கு உதவ முன்வந்தார். முதலில் தன்னிடம் இருந்த ஒரு குதிரையினை அவர்களுக்குப் பரிசாக அளித்தார். எனவே இப்போது குதிரைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 8 என்றானது. உயிலின்படி முதல் மகனுக்குப் பாதி என்பதால் அவருக்கு 4 குதிரைகள் அளிக்கப்பட்டன. இரண்டாவது மகன் மீதமுள்ள 4 குதிரைகளில் பாதிப்பங்காக 2 குதிரைகளைப் பெற்றார். மூன்றாவது மகன் அடுத்துள்ள 2 குதிரைகளில் அவரது பாதிப்பங்காக 1 குதிரையினைப் பெற்றார். எனவே அவர்கள் மொத்தமாக பெற்றுக்கொண்ட குதிரைகளின் எண்ணிக்கை  $4+2+1=7$  குதிரைகள். மொல்லாகா தனது குதிரையில் அவரது வீட்டிற்குத் திரும்பினார்.





## கப்ரேக்கர் மாநில - 6174



இந்திய கணிதவியலாளரான தத்தாத்ரேய ராமச்சந்திர கப்ரேக்கர் (1905-1986) எண் கணிதத்தில் பல ஆர்வமுடும் விடயங்களைக் கண்டறிந்தார். அவரின் பெயரால் அழைக்கப்படும் எண்களின் பிரிவுகள் மற்றும் அவரின் எண் மாறிலி ஆகியவையும் அதில் அடங்கும். கப்ரேக்கர் முறையான முதுகலை பயிற்சியினைப் பெறவில்லை. அவரது பணிக்காலம் (1930-1962) முழுவதும் ஓர் ஆசிரியராக மகாராஷ்டிராவின் நாசிக் நகரில் உள்ள ஒரு பள்ளியில் பணியாற்றினார்.

இவர் மீளும் தசமங்கள், மாயச்சதுரங்கள் மற்றும் சிறப்பு பண்புகளைக் கொண்ட முழு எண்கள் பற்றி விரிவாக எழுதி வெளியிட்டார். விரைவில் அவர் பொழுதுபோக்கிற்கான கணிதக்குழு உறுப்பினர்களிடையே புகழ் பெற்றவராக உருவானார். பெரும்பாலும் தனியாகவே பணியாற்றிய அவர் எண் கணிதத்தில் பல ஆய்வு முடிவுகளையும், எண்களின் பல சிறப்புப் பண்புகளையும் கண்டறிந்தார். ஆரம்பத்தில் இவரது பணிகள் இந்திய கணிதவியலாளர்களின் கவனத்தினைப் பெறவில்லை. இவரது கணித முடிவுகள் தனி நூலாகவோ அல்லது அதிகம் பிரபலமாகாத கணித இதழ்களிலோ வெளியிடப்பட்டன.

மார்ஷன் கார்டனர் என்பவர் கப்ரேக்கர் பற்றிய தகவல்களை சயின்டபிக் அமெரிக்கன் இதழின் கணித விளையாட்டுகள் பகுதியில் 1975 ஆம் ஆண்டு மார்ச் மாதப்பதிப்பில் எழுதினார். அதன்மூலம் கப்ரேக்கர் உலகளவில் அறியப்பட்ட கணிதவியலாளராக மாறினார். இன்று இவர் புகழ்பெற்றவராக உள்ளார். இவரது ஆய்வுகள் பிற கணிதவியலாளர்களால் தொடரப்படுகிறது. இவர் 1949 ஆம் ஆண்டு கப்ரேக்கர் மாறிலி, 6174 என்ற மாறிலியினைக் கண்டறிந்தார்.



முதலில் இலக்கங்கள் ஒன்றுபோல் இல்லாத (அதாவது 1111, 2222.... என இல்லாத) நான்கு இலக்க எண்ணினை எடுத்துக்கொள்ளவும். அதன் இலக்கங்களை ஏறுவரிசையிலும், இறங்குவரிசையிலும் எழுதவும். இப்போது நமக்கு அந்த இலக்கங்களைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட ஒரு பெரிய எண்ணும் ஒரு சிறிய எண்ணும் கிடைக்கும். இப்போது பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணினைக் கழிக்கவும். கிடைக்கக்கூடிய ஒவ்வொரு புதிய எண்ணிற்கும் இதே முறையினைத் தொடரவும்.

நாம் 2013 என்ற எண்ணினைக் கொண்டு இதனை முயற்சிப்போம். இவ்வினக்கங்களிலிருந்து கிடைக்கக்கூடிய பெரிய எண் 3210, சிறிய எண் 0123.

$$3210 - 0123 = 3087$$

$$8730 - 0378 = 8352$$

$$8532 - 2358 = 6174$$

$$7641 - 1467 = 6174$$

நாம் 6174 என்ற எண்ணினை ஆடைந்தபிறகு இச்செயல்பாட்டினைத் தொடர்ந்தால் 6174 என்ற எண் ஒவ்வொரு முறையும் நமக்கு கிடைக்கும். இச்செயல்பாட்டில் 6174 என்ற எண்ணினை கெர்னல் என அழைக்கிறோம்.



இலக்கங்கள் ஒன்றுபோல் இல்லாத நான்கு இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு, அதன் இலக்கங்களைக் கொண்டு கட்டமைக்கப்படும் மிகப்பெரிய எண்ணிலிருந்து, மிகச்சிறிய எண்ணைக் கழித்து, கிடைக்கும் எண்ணிற்கும் இதே செயல்முறையைத் தொடர்ந்தால், நாம் இறுதியாக 6174 என்ற எண்ணினை அடைவோம். உதாரணத்திற்கு, நாம் 1234 என்ற எண்ணினை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$4321 - 1234 = 3087,$$

$$8730 - 0378 = 8352,$$

$$8532 - 2358 = 6174$$

6174 என்ற எண்ணினை நாம் அடைந்துவிட்டால் நமக்கு மீண்டும், மீண்டும் இதே எண்தான் கிடைக்கும். (7641-1467=6174).

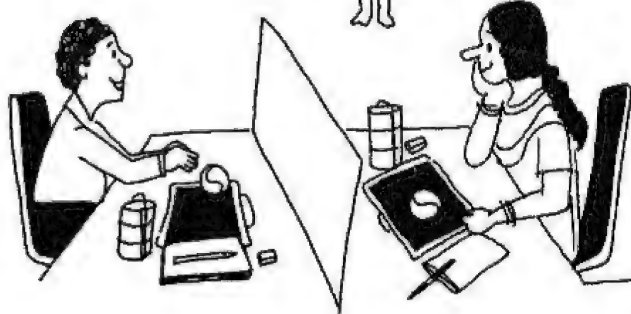


### வழிகாட்டுதல்களைப் பின்படுத்துதல்

நம்மால் எவ்வளவு சிறப்பாக வழிகாட்டுதல்களை வழங்க இயலும்? திரையினால் பிரிக்கப்பட்ட மேசையின் எதிரெதிர் பக்கங்களில் இரண்டு நபர்கள் விளையாட அமர்ந்துள்ளனர். இருவரிடமும் ஒரே மாதிரியான பொருள்கள் உள்ளன. அப்பெண் பொருள்களை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக ஒரு குறிப்பிட்ட முறையில் அடுக்குகிறார். எம்முறையில் பொருள்களை



அடுக்குகிறார் என்பதனை எதிரில் அமர்ந்துள்ள நபரிடம் விளக்குகிறார்.

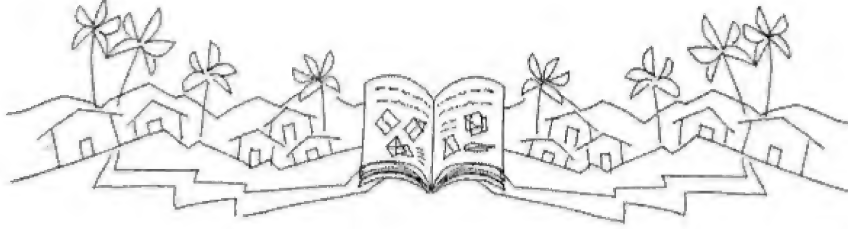


எதிரில் அமர்ந்துள்ள நபரால் அப்பெண் பொருள்களை அடுக்கும் முறைகளைப் பார்க்க இயலாது. அவர் அப்பெண்ணின் வழிகாட்டுதல்களைப் பின்பற்றி அதே அமைப்பில் பொருள்களை அடுக்க முயற்சிக்கிறார். பலசமயங்களில் இவ்வாறு செய்வது எளிதானது அல்ல. நீங்கள் அப்போது நடைபெறும் குளறுபடிகளை பார்த்து ஆச்சரியப்படுவீர்கள்.



## காகித மடிப்புகளின் வாயிலாக வடிவியல்

இந்தியா உலகிற்கு பூஜ்யத்தினை அளித்தது என்பதனை அனைவரும் அறிவர். ஆனால் காகித மடிப்புகள் - ஓரிகாமி மூலம் வடிவியல் கற்றலுக்கான முதல் புத்தகம் இந்தியரான தண்டலம் சுந்தர ரோ அவர்களால் எழுதப்பட்டது என்பதனை வெகுசிலரே அறிவர்.



இப்புத்தகம் முதல் முறை வெளியிடப்பட்டு 125 ஆண்டுகள் கடந்த பின்னும் இன்றும் மறுபதிப்பு செய்யப்படுவதிலிருந்து இதன் சிறப்பினையும் புகழினையும் நம்மால் அறிந்து கொள்ளமுடியும். டோவர் இங்க்., நியூயார்க் 1966 ஆம் ஆண்டு இப்புத்தகத்தினை முதன்முதலில் மறுபதிப்பு செய்தது. அன்றிலிருந்து இன்றுவரை இப்புத்தகம் மீண்டும் மீண்டும் மறுபதிப்பு செய்யப்படுகிறது.

அவரின் புத்தகமான 'ஜியோமெட்ரிக் எக்சர்சைசஸ் இன் பேப்பர் போல்டிங்' 1893 ஆம் ஆண்டு சென்னை மவுண்ட் சாலையில் அமைந்திருந்த அடிசன் அன்ட் கோ பதிப்பகத்தால் முதன்முதலாக வெளியிடப்பட்டது.

அப்போது பிரிட்டிஷ் ஆட்சிக்காலமாகையால் சுந்தர ராவ்-ல் உள்ள ராவ்-ஆனது ரோ என மாறியுள்ளதாக நாம் ஊகிக்கலாம். இவ்வறிஞரைப் பற்றி நமக்குக் குறைந்த அளவு தகவல்களே கிடைத்துள்ளன. இருந்தபோதிலும் இவர் பி.ஏ முடித்துள்ளார் என்றும், தமிழ்நாட்டின் ஏதோ ஒரு பகுதியில் சார்நிலை ஆட்சியாளராகப் பணியாற்றியுள்ளார் என்பதும் உறுதியான செய்தியாகும்.

## குறியீடுகளும் இடைவெளிகளும்

ஏறத்தாழ 5000 வருடங்களுக்கு முன் இன்றைய இராக்கில் அமைந்துள்ள பாபிலோனியாவின் மக்கள் 60 ன் மடங்குகளாக எண்களைக் கணக்கிட்டனர்.

அவர்கள் 1-59 வரை உள்ள எண்களைக் குறிக்க வெவ்வேறு 59 குறியீடுகளையும், பூஜ்ஜியத்தினைக் குறிக்க இடைவெளியினையும் பயன்படுத்தினர். பெரிய எண்களைக் குறிக்க அவற்றின் இலக்கங்கள் 60-களின் குழுக்களைக் குறிப்பிடும் விதமாகவோ, அல்லது 60X60 என்றவாறோ பயன்படுத்தினர்.

இந்த கல்வெட்டு 72 என்ற எண்ணினைக் குறிக்கிறது. இதில் முதல் குறியீடு 60 எண்களின் ஒரு குழுவினையும், தொடர்ந்த மூன்று குறியீடுகள் 12 என்ற எண்ணினையும் குறிக்கின்றன. இம்முறையிலான கணக்கீடு இன்றளவும் தொடர்கிறது. உதாரணமாக, நாம் ஒரு மணியினை 60 நிமிடங்களாகவும், ஒரு நிமிடத்தினை 60 நொடிகளாகவும் பிரிக்கிறோம்.

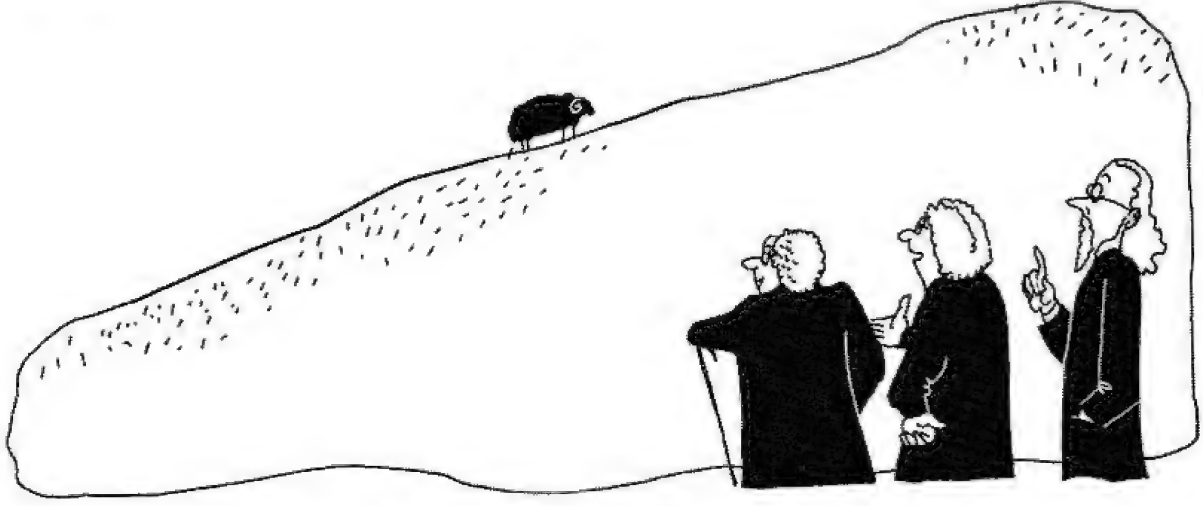




## கணிதத்தின் கடினமான விதிக்கட்டுப்பாடுகள்

அயன் ஸ்டீவார்டால் கூறப்பட்ட இக்கதையானது கணிதத்தின் கடினமான விதிக்கட்டுப்பாட்டுகளை எடுத்துக்கூறுவதாக அமைந்துள்ளது. ஒரு வானியலாளர், ஓர் இயற்பியலாளர் மற்றும் ஒரு கணிதவியலாளர் இணைந்து ஸ்காட்லாந்தில் விடுமுறையினைக் கழித்தனர். ஒரு கிராமப்பகுதியில் உள்ள வயலின் மத்தியில் ஒரு கருமை நிற செம்மறியாடு நிற்பதைக் கண்டனர்.

வானியலாளர், “எவ்வளவு வியப்பாக உள்ளது. ஸ்காட்லாந்தின் அனைத்து செம்மறியாடுகளும் கருமை நிறத்தில் உள்ளன” என்றார். இயற்பியலாளர், “இல்லை, இல்லை! ஸ்காட்லாந்தின் சில செம்மறியாடுகள் கருமையாக உள்ளன” என்றார். கணிதவியலாளர் பெருமூச்சு விட்டுப் பின் ஆழ்ந்த குரலில், “ஸ்காட்லாந்தில் குறைந்தபட்சம் ஒரு வயலாவது உள்ளது. அந்த வயலில் குறைந்தபட்சம் ஒரு செம்மறி ஆடாவது உள்ளது. அந்த செம்மறியாடு, குறைந்தபட்சம் ஒரு பக்கம் கருமை நிறமாக உள்ளது” என்றார்.

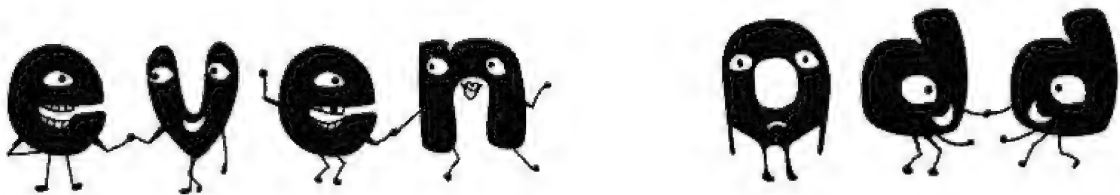


## ஒற்றை மந்திரம் இரட்டை

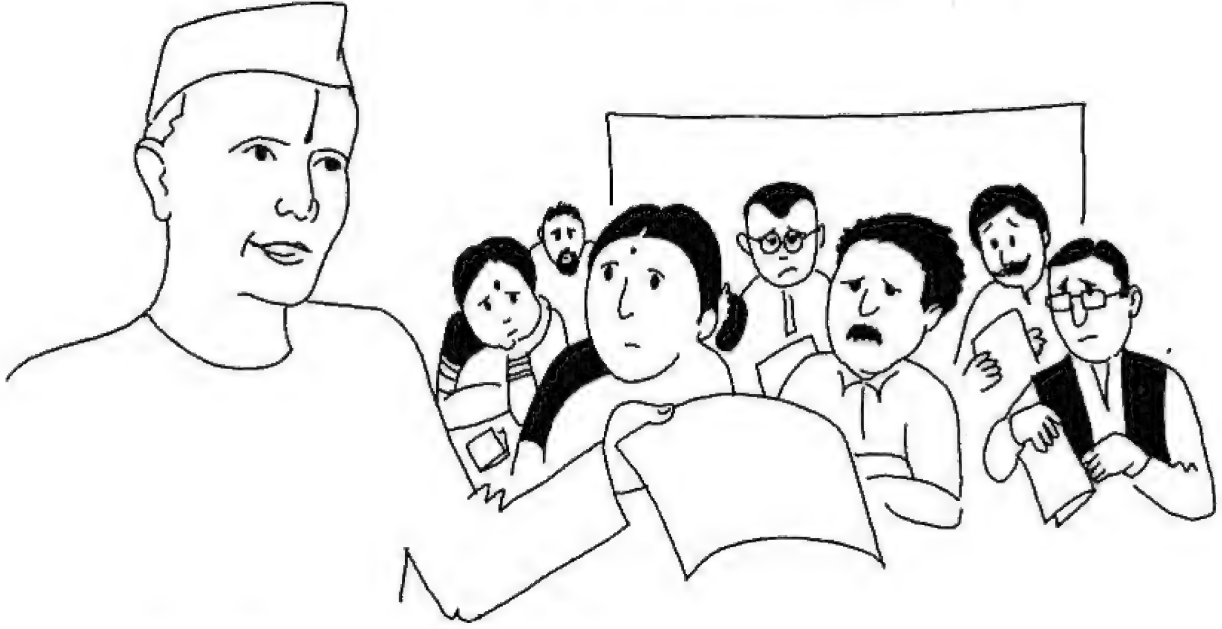
நீ ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணாக இருந்தால், உனக்கு எப்போதும் ஒரு ஜோடி இருக்கும். நீ உன்னைச்சுற்றி பார்த்தால் உன் அன்புக்குரியவர் எப்போதும் அருகில் இருப்பார்.

ஆனால் நீ ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருந்தால், அங்கு எப்போதும் ஒருவர் தனியாக இருப்பார். அவர் தன்னைச்சுற்றி தனக்கான அன்புக்குரியவரைத் தேடுவார். ஆனால் அவர் மட்டுமே அங்கு இருப்பார்.

—மார்க் வேட்ஸ்வொர்த்





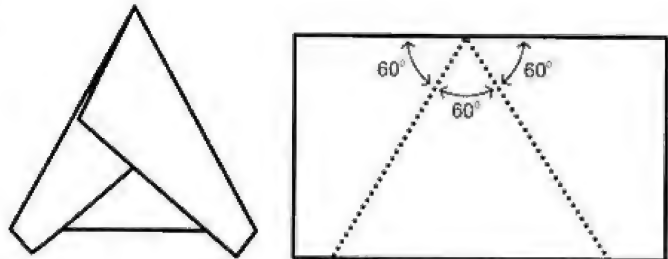


நான் முதன்முதலாக டி. சுந்தர ரோவின் ஜியோமெட்ரிக் எக்சர்சைசஸ் இன் பேப்பர் ப்ளோடிங் என்ற புத்தகத்தினை பி.கே. ஸ்ரீநிவாசன் (பிகேஎஸ்) (1924–2005) மூலமாக அறிந்து கொண்டேன். பிகேஎஸ் இந்தியாவில் கணிதத்தினை செயல்பாடுகள் மூலம் கற்கச் செய்ததில் முதன்மையானவர் ஆவார்.

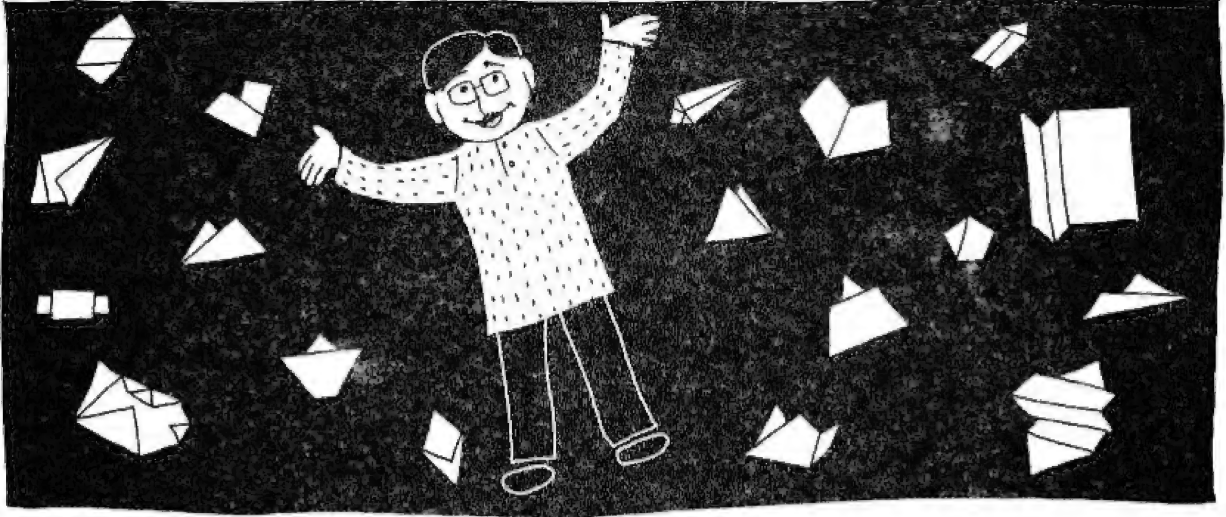
பிகேஎஸ் கணிதத்தினை கவாசித்தார். கணிதத்தினைக் கனவு கண்டார். அதற்கும் மேலாக பீறிப்பரவிடும் கணித உற்சாகத்தினை அவரின் பாதையில் குறிக்கிடும் அனைவருக்கும் தொற்றச் செய்வார். நான் முதன்முதலில் அவரை புதுச்சேரியில் உள்ள ஸ்ரீ அரபிந்தோ ஆசிரமம் ஏற்பாடு செய்திருந்த பயிற்சிப்பட்டறையில் 1986 ஆம் ஆண்டு சந்தித்தேன்.

அது செராக்ஸ் இயந்திரங்கள் இல்லாத காலம். எனவே பிகேஎஸ் ஒரு ரிம் அச்சக் காகிதங்கள், கத்திரிகோல்கள், பசை, பழைய செய்தித்தாள்கள் மற்றும் ஒரு சிறிய ஸ்டேப்ளர் ஆகியவற்றினை வரவழைத்திருந்தார். ஒவ்வோர் ஆசிரியருக்கும் ஒரு காகிதமானது கொடுக்கப்பட்டது. அதனை 60 டிகிரிக்கு மடக்கச் சொன்னார்.

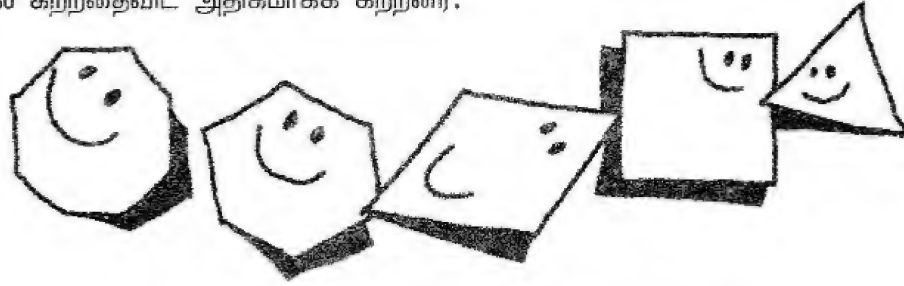
ஆசிரியர்கள் திகைத்தனர்! பள்ளிகளில் கோணங்கள் பாகைமாமியினை கொண்டு வரையப்படுகிறது. அவர்கள் வேறு வழிமுறைகளை அறிந்திருக்கவில்லை. விரைவில் அவர்கள் முயற்சியினைக் கைவிட்டனர்.



பிறகு பிகேஎஸ் நேர்கோட்டில் (180 டிகிரி) காகிதத்தினை மூன்று சமபகுதிகளாக மடக்கி மிகச்சரியாக 60 டிகிரி கோணத்தினை உருவாக்கினார். ஆசிரியர்கள் ஆச்சரியமடைந்தனர். அந்நிகழ்வு மிக நேர்த்தியான மற்றும் அழகான வெளிப்பாடாக அமைந்திருந்தது.



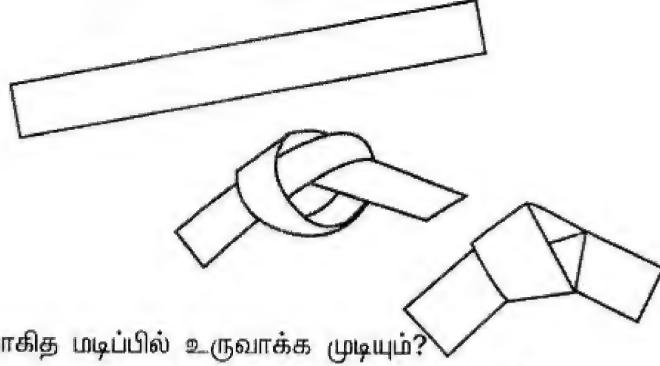
முழுநாளும் ஆசிரியர்கள் வெவ்வேறு வடிவியல் வடிவங்களை - சாய்சதுரம், அறுங்கோணம், எண்கோணம் போன்று பலவற்றினை காகிதத்தினை மடக்கிச் செய்தனர். அவர்கள் 80 ற்கும் மேற்பட்ட இரு பரிமாண மற்றும் முப்பரிமாண வடிவங்களை காகிதத்தினை மடக்கி உருவாக்கினர். அவர்கள் இரண்டு நாள் பயிற்சிப்பட்டறையில் செய்முறை வடிவியலை அவர்களின் பி.எட் பட்டப்படிப்பில் கற்றதைவிட அதிகமாகக் கற்றனர்.



மற்ற யாவரையும்விட தனிமனித கணிதத் துறாவராக பி.கே. ஸ்ரீநிவாசன் குழந்தைகளிடையே, மிகவும் அழகான பாடமான - அறிவியலின் இளவரசியான கணிதத்தின் மீது அன்போடுகூடிய ஆர்வத்தினை ஏற்படுத்தினார். அவர் நம்மைச் சுற்றியுள்ள கணிதத்தினை அழுது, கதறி, கெஞ்சி எடுத்துக்கூறினார். அதனைக் கவனிக்க யாருமில்லாதபோது அவர் 'த ஹிந்து' நாளிதழில் தொடராக மிகச்சிறந்த 80 கட்டுரைகளை எழுதினார். அவர் காகங்கள், துடைப்பக்குச்சிகள், தீப்பெட்டிகள், சதுர காகிதங்கள், பேருந்துப் பயணச்சீட்டுகள், நாட்காட்டிகள் மற்றும் நம்மைச் சுற்றியுள்ள ஒவ்வொரு சாதாரண பொருள்களிலும் கணிதம் உள்ளது என்பதனைக் காட்டினார். இக்கட்டுரைகள் ஒன்றிணைக்கப்பட்டு NCERT யால் 'ரிசோர்ஸ் மெட்டிரியல் பார் மேத்தமேடிக்ஸ் கிளப் ஆக்விடிஸ்' என்ற புத்தகமாக வெளியிடப்பட்டுள்ளது.

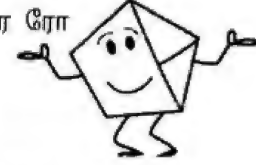
பி.கே.ஸ்ரீநிவாசனின் பிற புத்தகங்கள் - நம்பர் ஃபன் வித் எ காலண்டர் மற்றும் ரோம்பிங் இன் நம்பர்லேண்டு - பல இந்திய மொழிகளில் மொழிபெயர்க்கப்பட்டு வெளியிடப்பட்டுள்ளன.





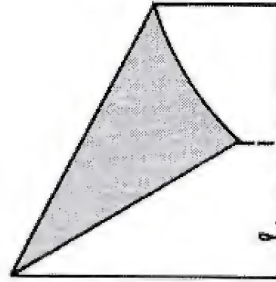
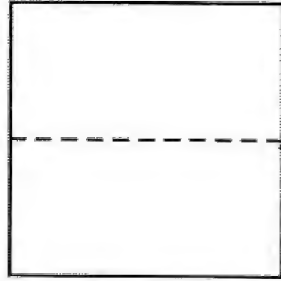
எவ்வாறு ஒரு ஐங்கோணத்தினைக் காகித மடிப்பில் உருவாக்க முடியும்?

இது தந்திரமானது, ஆனால் சுலபமானது. 1893 ஆம் ஆண்டு டி. சுந்தர ரோ இதனை அழகாக விவரித்துள்ளார். எவ்வாறு?



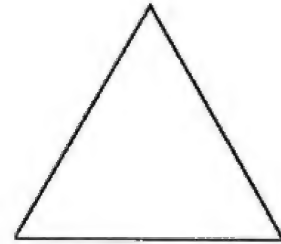
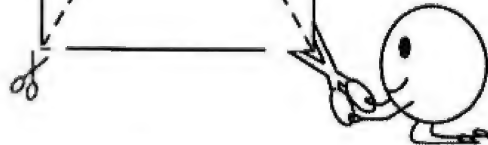
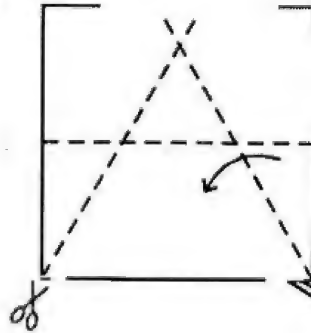
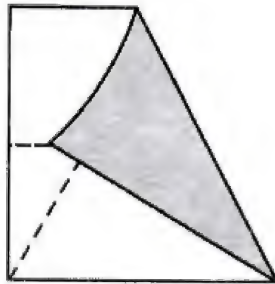
A4 காகிதத்தில் இருந்து 3 செ.மீ அகலம் உள்ள ஒரு பட்டையினை வெட்டி எடுத்து அதில் சாதாரணமாக ஒரு முடிச்சினை போடவும். அம்முடிச்சினை அழுத்தி தட்டையாக்கி நீட்டிக்கொண்டிருக்கும் முனைகளை வெட்டினால் ஐங்கோணத்தினை பெறலாம். நாம் எத்தனை முறை முடிச்சி போட்டிருக்கிறோம். ஆனாலும் இதனைக் கவனித்தது இல்லை அல்லவா!

### காகித மடிப்பில் சம பக்க முக்கோணம்

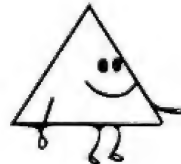


2. காகிதத்தின் இடது மேல்முனையினை மையமடிப்பின் மீது வைத்து, இடப்பக்க காகிதத்தின் விளிம்பு இடப்பக்க கீழ் முனையின் வழியாக செல்லுமாறு அதில் மடிப்பினை ஏற்படுத்தவும்.

1. ஒரு சதுர வடிவ காகிதத்தின் மையத்தில் ஒரு மடிப்பினை ஏற்படுத்தவும்.

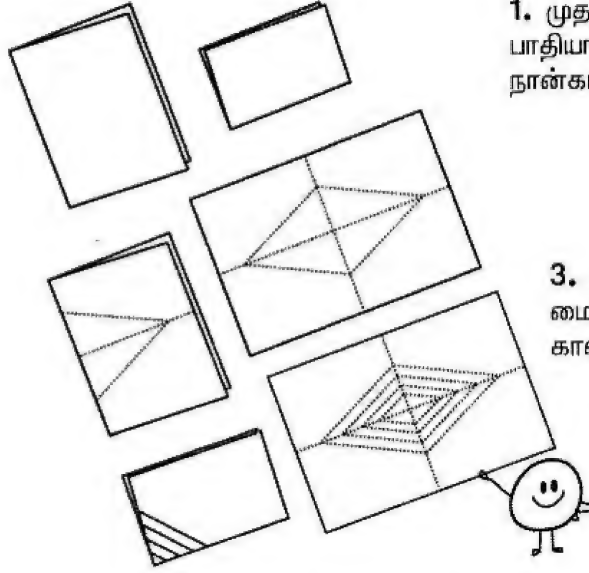


3. இதே முறையில் வலப்பக்க மேல்முனையினைக் கொண்டு தொடரவும்.



4. புள்ளியால் வரையப்பட்ட கோடுகளின் வழியாக காகிதத்தினை வெட்டவும். அழகான சமபக்க முக்கோணம் உங்களுக்குக் கிடைக்கும்!

## காகித மடிப்பில் வைரம்



1. முதலில் காகிதத்தினைப் பாதியாக மடித்து பின்னர் நான்காக மடித்துக்கொள்ளவும்.

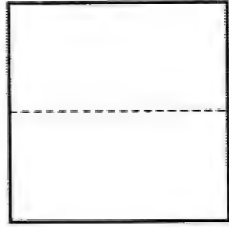


2. காகிதத்தின் நான்காக மடங்கிய முனையில் முக்கோண மடிப்பினை ஏற்படுத்தவும்.

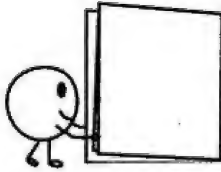
3. காகிதத்தினைத் திறந்தால் நீங்கள் மையத்தில் அழகான சாய்சதுரத்தினை காணலாம்.

4. மீண்டும் காகிதத்தினை முன்புபோல் மடித்து இணையாக பல மடிப்புகளை ஏற்படுத்தவும். காகிதத்தினைத் திறக்கும்போது நீங்கள் வைரம் வைரத்திற்குள் வைரம் எனக் காணலாம்.

## காகித மடிப்பில் எண்கோணம்

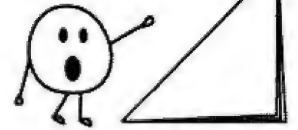


1. சதுர வடிவ காகிதத்தினை மேலிருந்து கீழாகப் பாதியாக மடிக்கவும்.



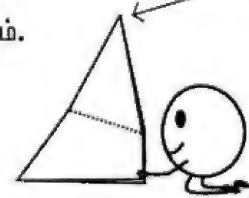
2. பின்னர் வலமிருந்து இடமாக மீண்டும் மடக்கவும்.

3. இடது மேல்முனையினை வலது கீழ்முனைக்கு மூலைவிட்டத்தின் வழியாக மடக்கவும்.

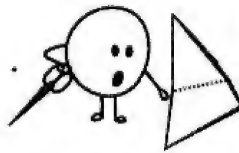


காகிதத்தின் மையம்

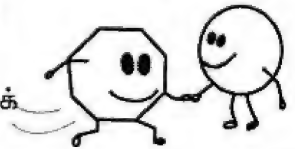
4. மேல்பக்கத்தினை கீழ்நோக்கி மடித்து முக்கோணத்தினை ஏற்படுத்தவும்.



5. புள்ளிக்கோடிட்ட இடத்தில் வெட்டவும்...

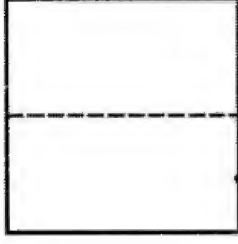


6. காகிதத்தினைத் திறக்கவும்... எண்கோணத்தினைக் காணவும்!

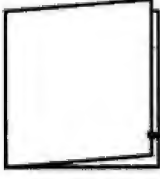
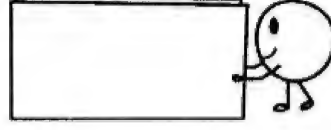




## சீலுவைக் குறியினை உருவாக்குதல்

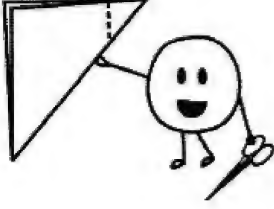
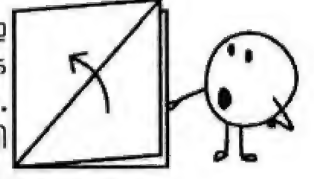


1. சதுரவடிவ காகிதத்தினை மேலிருந்து கீழாக பாதியாக மடிக்கவும்.



2. இடதுபக்கத்திலிருந்து வலதுபக்கம் பாதியாக மடிக்கவும்.

3. மேற்பக்க இதழை மூலைவிட்டம் வழியாக பாதியாக மடிக்கவும். பின்புறம் திருப்பி அதேபோல் செய்யவும்.



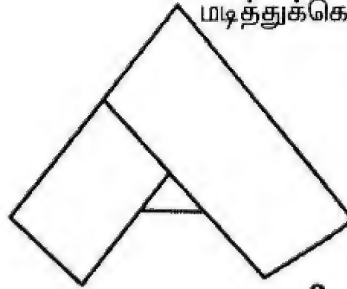
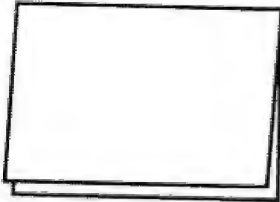
4. புள்ளிக்கோடிட்ட இடத்தில் வெட்டவும்...

5. ...சிலுவைக் குறியினைக் காண... காகிதத்தினைத் திறக்கவும்!

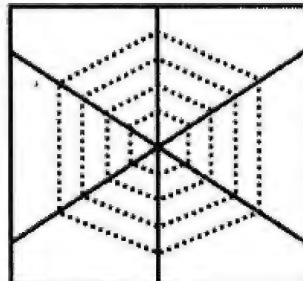
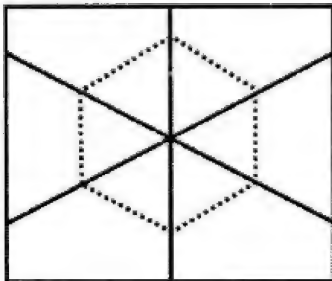
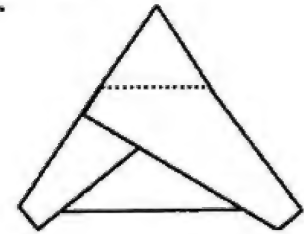


## காகித மடிப்பில் அறுங்கோணம்

1. சதுரவடிவ காகிதத்தினை இரண்டாக மடிக்கவும்.



2. மடிப்பின் மேற்பாகத்தின் நேரான பகுதியினை (180 டிகிரி) ஒவ்வொன்றும் 60 டிகிரி கோணம் உள்ளவாறு மூன்று சம பாகங்களாக மடித்துக்கொள்ளவும்.

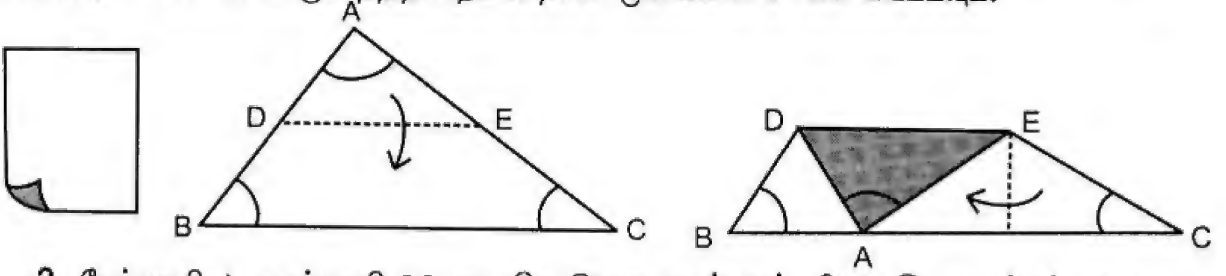


3. ஒரு முக்கோணத்தினை மேல்பகுதியில் மடிக்கவும். இப்போது காகிதத்தினைத் திறந்தால் நீங்கள் மையத்தில் ஓர் அறுங்கோணத்தினைக் காணமுடியும்.

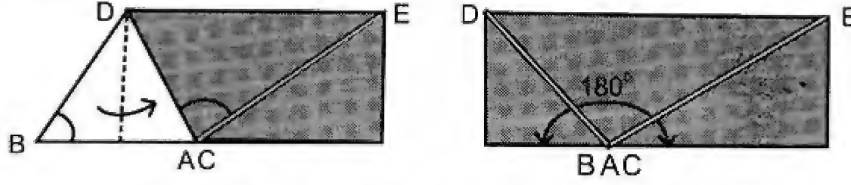
4. நீங்கள் பல முக்கோணங்களை மடித்துப் பிறகு காகிதத்தினைத் திறந்தால் உங்களால் மையத்தில் அறுங்கோண சிலந்தி வலையினைக் காணமுடியும்.

## முக்கோணத்தின் கோணங்கள்

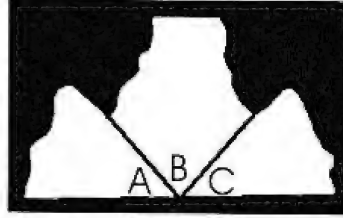
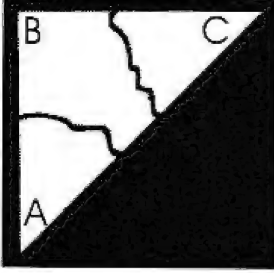
1. ஒரு பக்கம் வெள்ளையாகவும் மற்றொரு பக்கம் வண்ணம் தீட்டப்பட்ட காகிதத்தினை எடுத்துக் கொள்ளவும். உங்கள் விருப்பத்திற்கேற்ப வடிவில் முக்கோணம் ABC வெட்டவும்.



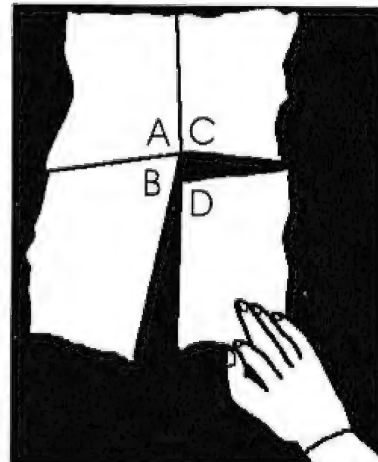
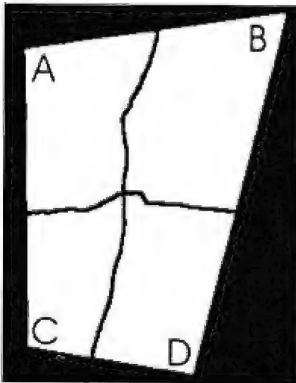
2. மேற்பகுதி A அடிப்பகுதி BC யை தொடுமாறு மடிக்கவும். பிறகு இடது மற்றும் வலது கோணங்களை மடிக்கவும்.



3. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் இணைந்து ஒரு நேர்கோட்டினை (180 டிகிரி கோணம்) உருவாக்குவதனை நீங்கள் காண்பீர்கள்.



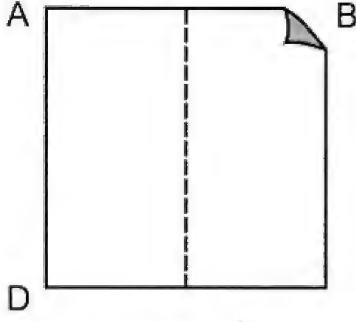
4. மூன்று பகுதிகளாக கிழிக்கப்பட்ட ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களை ஒன்றிணைத்தும் 180 டிகிரியினை உருவாக்க முடியும்.



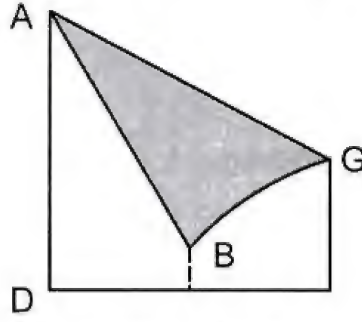
ஏதேனும் ஒரு நாற்கரத்தினை எடுத்துக்கொண்டு அதனைப் படத்தில் காட்டியவாறு நான்கு பகுதிகளாகக் கிழிக்கவும். பிறகு நாற்கரத்தின் நான்கு மூலைகளை ஒன்றாக இணைக்கவும். அவை ஒன்றோடொன்று பொருந்தி 360 டிகிரி கோணத்தினை உருவாக்கும். வெவ்வேறு வடிவ நாற்கரங்களைக் கொண்டு இதே முறையினை மீண்டும் முயற்சிக்கவும்.



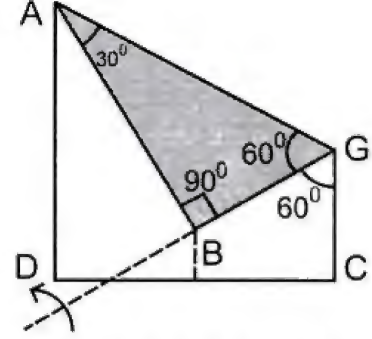
## காகித பாகமானி



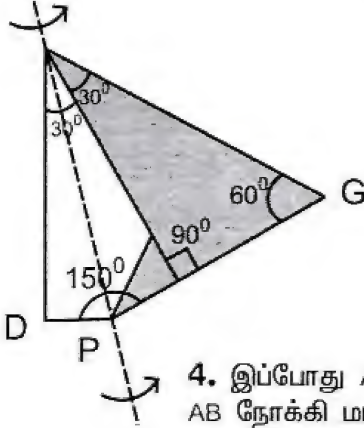
1. 10 செ.மீ பக்கம் கொண்ட சதுரத்தினை மையத்தில் மடிக்கவும். (ABCD)



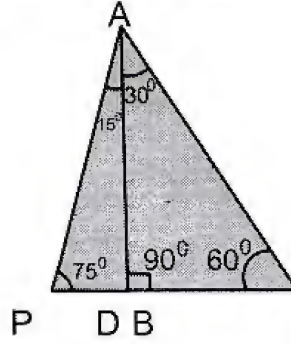
2. முனை B யினை மையக்கோட்டில் பொருத்தி அதன் பக்கம் A யின் வழியாக செல்லுமாறு மடக்கவும்.



3. கோணம் AGB 60 டிகிரி, கோணம் ABG 90 டிகிரி. எனவே கோணம் BAG 30 டிகிரியாகக் காணப்படும். கீழே நீட்டிக்கொண்டிருக்கும் காகித பகுதியினை GX வழியாக பின்புறமாக மடித்துவிடவும்.



4. இப்போது AD யினை AB நோக்கி மடக்கவும். இது கோணம் DAB யின் இருசமவெட்டியாகும்.



5. இந்த காகித பாகமானியினைக் கொண்டு நம்மால் கோணங்கள் 15, 30, 45, 60, 75 மற்றும் 90 டிகிரிகளை அளக்க முடியும். எனவே நீங்கள் அடுத்தமுறை பாகமானியை மறந்துவிட்டால், காகிதத்தினை எடுத்து மடிக்கவும்.



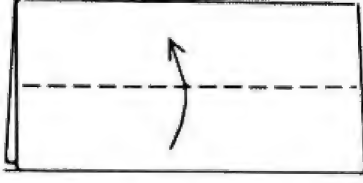
## எண் நண்பர்கள்

பழங்கால கிரேக்க கணிதவியலாளர் பித்தாகரஸ் உருவாக்கிய குழுவானது பித்தாகோரியன் சமூகம் என அழைக்கப்பட்டது.

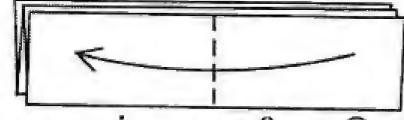
அதன் உறுப்பினர்கள் எண்களைக் கொண்டு உலகின் அனைத்து நிகழ்வுகளையும் விளக்கமுடியும் என நம்பினர்.

அவர்கள் குறிப்பாக 220 மற்றும் 284 என்ற இரு எண்களை மிகவும் விரும்பினர். நீங்கள் 220-ன் காரணிகளை (1 மற்றும் 220 தவிர) கூட்டினால் 284 ஐ பெறுவீர்கள். அதேபோல் 284 - ன் காரணிகளை (1 மற்றும் 284) கூட்டினால் 220 கிடைக்கும். விசித்திரமான பிணைப்பினை இவ்வெண்கள் கொண்டுள்ளதால் பித்தாகோரியன்கள் இவ்வெண்களை இணக்கமான எண்கள் என்று அழைக்கின்றனர்.

## காகித ஓடுங்கமைவுகள்



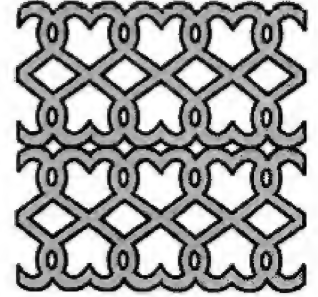
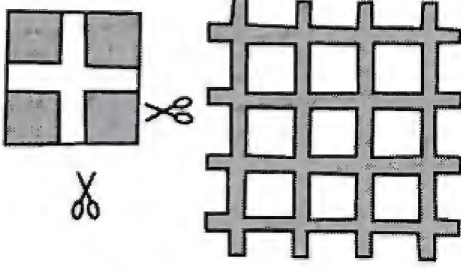
1. வண்ணக் காகிதத்தினைப் பாதியாக மடிக்கவும். பிறகு மேல் பக்க இதழின் கீழ் முனையினை மடக்கப்பட்ட மேல்பகுதியினை நோக்கி மடிக்கவும். காகிதத்தினை திருப்பி மறுபுறமும் இதனைப்போல் செய்யவும்.



2. வலது பக்க முனையினை இடது பக்கம் நோக்கி மடிக்கவும்.



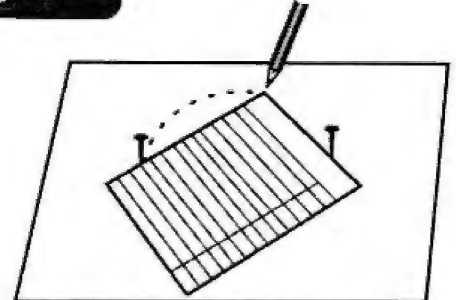
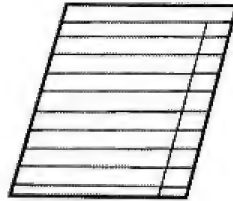
3. இடதுமேல் பக்க இதழினை மடங்கிய முனையினை நோக்கி மடிக்கவும். மறுபுறமும் அவ்வாறே செய்யவும். 16 இதழ்கள் கொண்ட சதுரம் கிடைக்குவரை இதனை தொடரவும்.



4. சிறிய சதுரத்தின் முனைகளை வெட்டி எடுத்து ஜாலி வடிவ ஒருங்கமைவினை உருவாக்கவும்.

5. வண்ணம் தீட்டப்பட்ட பகுதியினை வெட்டுவதன் மூலம் நாம் மேலும் நுட்பமான ஒருங்கமைவினை பெற முடியும்.

## வட்டம் வரைதல்

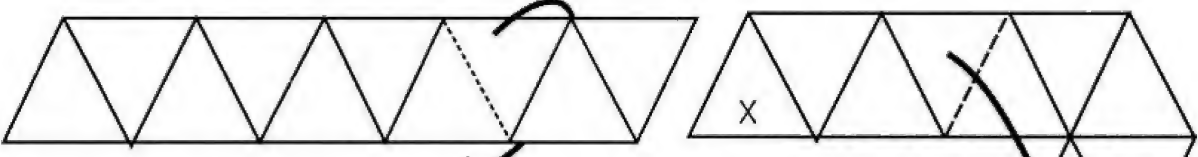


நாம் வழக்கத்திற்கு மாறான வழியில் ஒரு வட்டத்தினை வரைவோம். செவ்வக வடிவ காகிதத்தினை எடுத்துக்கொள்ளவும். ஒரு அட்டையில் 2 குண்டுசிகளை 4 செ.மீ இடைவெளியில் பொருத்தவும். காகிதத்தின் ஒரு முனையினை (காகிதத்தின் செங்குத்து கோணம்) இரண்டு குண்டுசிகளுக்கு இடையே வைக்கவும். அதன் செங்குத்து கோணத்தில் புள்ளி வைக்கவும்.

இப்போது வட்ட வடிவில் காகிதத்தினை சுற்றிக்கொண்டே புள்ளிகளை வைக்கவும். இப்புள்ளிகளை இணைக்கும் போது சரியான அரைவட்டம் கிடைக்கும். எல்லா நேரங்களிலும் காகிதத்தின் பக்கங்கள் இரண்டு குண்டுசிகளையும் தொட்டுக் கொண்டு உள்ளதா என்பதனை உறுதிசெய்து கொள்ளவும். அரைவட்டத்தினை முழுமை செய்தபின் எதிர்திசையில் அரைவட்டத்தினை வரைந்து வட்டத்தினை முழுமை செய்யவும்.

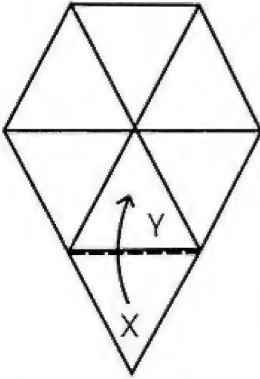


## கலைடாஸ்கோப்

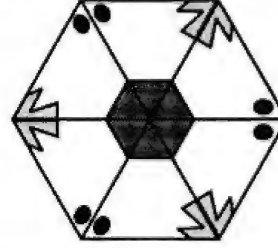


1. பாகைமானியினைக் கொண்டு 10 சம பக்க முக்கோணங்களின் பட்டையினை உருவாக்கவும். அவற்றின் பக்கங்களின் நீளம் 5 செ.மீ என இருக்கட்டும். குறியிடப்பட்ட கோட்டில் மலை மடிப்பினை ஏற்படுத்தவும்.

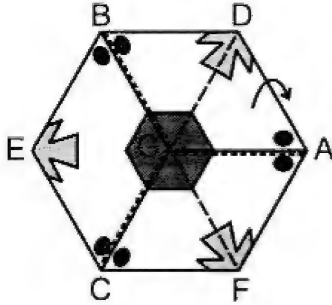
2. படத்தில் காட்டியவாறு பள்ளத்தாக்கு மடிப்பினை மடிக்கவும். Xஆனது Yக்குக் கீழ் வருமாறு மடிக்கவும்.



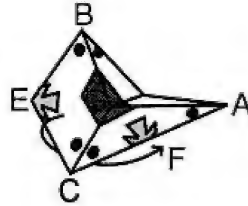
3. முக்கோணம் X ஐ பசை கொண்டு ஒட்டி Y யின் அதனை பள்ளத்தாக்கு மடிப்பில் மடித்து அவை இரண்டையும் பசை கொண்டு ஒட்டவும்.



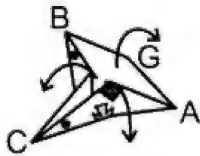
4. கலைடாஸ்கோப் தயார். படத்தில் காட்டியவாறோ அல்லது உங்கள் விருப்பத்திற்கோ அதில் படங்களை வரையவும்.



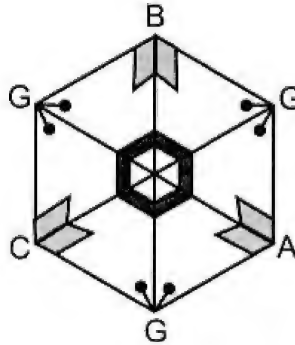
5. வடிவங்களை மாற்ற ஐந்து மடிப்புகளின் வழியாக வெளிநோக்கி உருக்குலைவிக்கவும்.



6. E யினை பின்புறமாக மடக்கி F னை தொடுமாறு வைக்கவும்.



7. நீங்கள் மேற்பகுதியினைத் திறந்தால்...

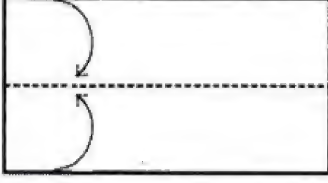


8. இப்போது நீங்கள் வேறு வடிவத்தினை காண்பீர்கள். தொடர்ந்து மாற்றி அமைத்து வேறு படங்கள் வரையவும்

9. பின்புறம் திருப்பவும். காகிதத்தின் பக்கங்களை மாற்றி தொடர்ந்து வரையவும். நீங்கள் ஒருமுறை வடிவங்களை வரைய கற்றுக்கொண்டால் உங்களுக்கான கலைடாஸ்கோப்பினை நீங்களே உருவாக்கலாம்.

## அருமையான பிளக்கஸ்கள்

பிளக்ஸ்கள் என்பது சுற்றப்படக்கூடிய காகித வடிவமாகும். நீங்கள் அதனைச் சுற்றும்போது ஒவ்வொரு முறையும் வெவ்வேறான படங்கள் உங்கள் பார்வைக்கு வரும். ஒரு சுழற்சியின் நான்கு நிலைகள் அல்லது காட்சிகளினைக் காட்ட இதனைப் பயன்படுத்தலாம். காகிதத்தினை கிழிக்காமல் இவ்வாறு சுற்ற இயலுவதைக் காணுவது நம்பமுடியாததாக உள்ளது.



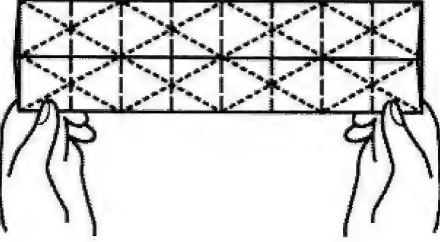
1. 20 செ.மீ X 10 செ.மீ கொண்ட காகிதத்தினை எடுத்துக்கொள்ளவும்.



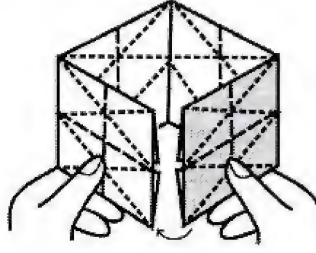
2. நீளப் பக்கத்தின் முனைகளை மையக்கோட்டினை நோக்கி மடிக்கவும்.



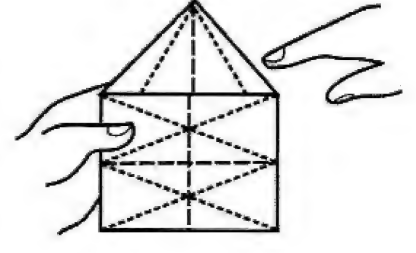
3. அதன் அகலப் பக்கத்தில் 8 சம பகுதிகளை மடிக்கவும்.



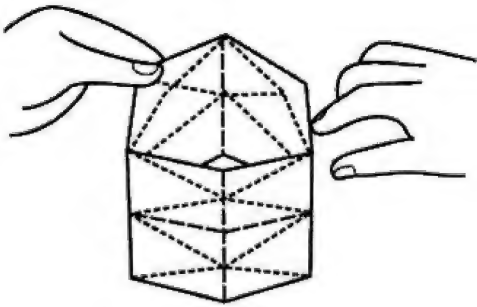
4. அளவுகோல் மற்றும் பென்சில் கொண்டு 10 சாய்ந்த கோடுகளை வரைந்து கோட்டின் மேல் மடிப்பினை ஏற்படுத்தவும்.



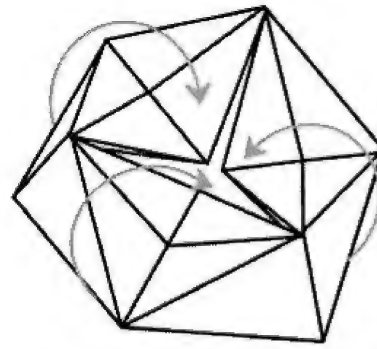
5. இடது பக்கத்தில் உள்ள நிழலிட்ட இரண்டு பகுதிகளையும் ஒன்றோடொன்று செருகி முப்பட்டகத்தினை ஏற்படுத்தவும்.



6. மேல் மற்றும் கீழ்ப்பகுதியில் காணப்படும் முக்கோண பகுதிகளை உட்புறமாக அழுத்தவும்.



8. முக்கோண பக்கங்களை உட்பக்கமாக செருகி பிளக்ஸ்களைப் பூர்த்தி செய்யவும்.



9. பிளக்ஸ்களை இரண்டு கைகளால் பிடித்துக் கொண்டு சுற்றவும். விரைவில் நான்கு பக்கங்களும் உங்கள் பார்வைக்கு வரும். உணவு சங்கிலி மற்றும் பிற சுழற்சிகளான பருவகாலங்கள், பட்டாம்பூச்சிகளின் வாழ்க்கை சுழற்சி போன்றவற்றினை இதன்மூலம் நம்மால் விளக்கமுடியும்.

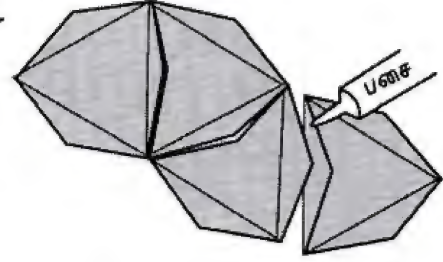
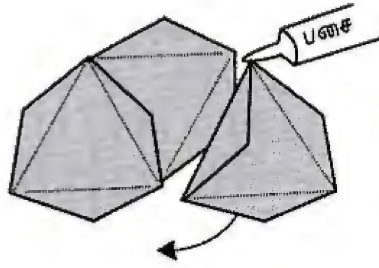
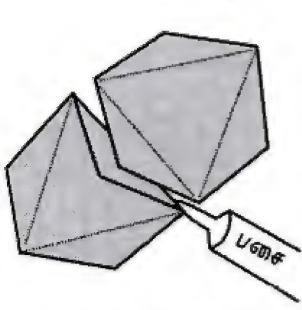


## காகிதப் பந்து

20 அறுங்கோணங்களைக் கொண்டு காகிதப் பந்தினைத் தயாரித்தல்



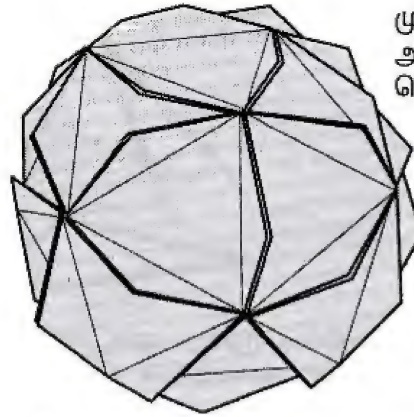
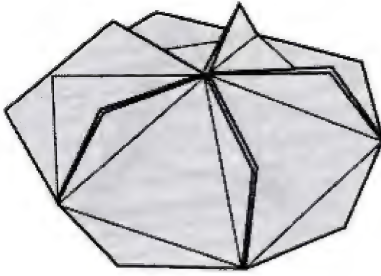
1. ஒர் அறுங்கோணத்தினை ஒன்றுவிட்டு ஒன்று அதன் முனைகளை மையத்தினை நோக்கி மடக்கவும். அதில் அழுத்தமாக மடிப்பினை ஏற்படுத்தி, அதன்மூலம் உருவாகும் சிறிய முக்கோண மடல்களை மையப்பகுதிக்கு செங்குத்தாக வைக்கவும். இதேபோன்று மேலும் நான்கு துண்டுகளை மடித்துக்கொள்ளவும்.



2. இரண்டு துண்டுகளை எடுத்து அதன் இரண்டு மடல்களின் வெளிப்புறத்தினை ஒட்டி இணைத்துக்கொள்ளவும்.

3. இதேபோன்று மூன்றாவது துண்டினை முதல் இரண்டு துண்டுகளுடன் ஒட்டவும்.

4. மேலும் இரண்டு துண்டுகளைச் சேர்க்கவும். ஐந்தாவது துண்டானது முதல் துண்டுடன் ஒட்டப்பட வேண்டும்.



முழுமைபெற்ற 20 அறுங்கோணங்களைக் கொண்ட பந்து!

5. ...இதனை முழுமையாக்கிப் பார்க்கும்போது அமைப்பானது ஐந்து முக்கோணங்களை பக்கங்களாகக் கொண்டு அவற்றுக்கு இடையே காகித மடல்களைக் கொண்டிருக்கும்.

6. இப்போது மீதமுள்ள 10 அறுங்கோணங்களை ஒரு நேர்கோட்டில் பசையினைக் கொண்டு ஒட்டவும். முதல் மூன்று அறுங்கோணங்களை 3 வது படியில் காட்டியவாறும், நான்காவது அறுங்கோணத்தினை வேறு வகையிலும் ஒட்டவும். இச்சங்கிலியின் இரண்டு முனைகளையும் ஒட்டவும். பின்னர் மேல் மற்றும் கீழ் முனைகளை ஒட்டிப் பந்தினை நிறைவு செய்யவும்.

## டெட்ராஹெட்ரான்



1. 28 செ.மீ X 4 செ.மீ காகித பட்டையினை பாதியாக மடிக்கவும். அதன் இரண்டு முனைகளையும் ஒன்றோடொன்று இணைத்து...



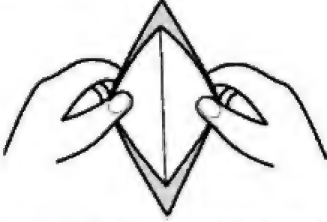
2. ...அவற்றினை டேப் கொண்டு ஒட்டவும்.



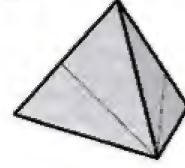
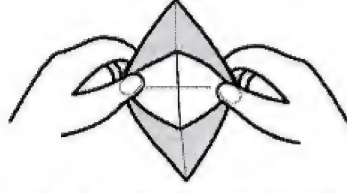
3. ஒட்டிய முனையினை ஒரு பக்கமாகக் கொண்டு வரவும்.



4. மீண்டும் இதனை இரண்டாக மடிக்கவும்.

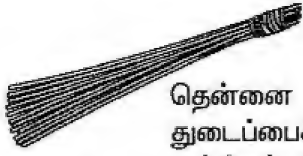


5. அதன் மூலைவிட்டங்களின் வழியாக மலை/பள்ளத்தாக்கு மடிப்புகளை மடிக்கவும். பின்னர் அதனைத் திறக்கவும்.

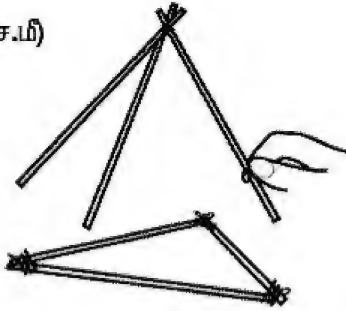
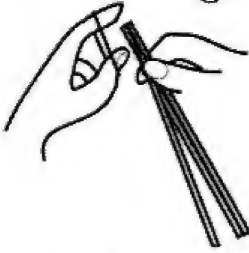


6. படகின் வடிவத்தில் அதனை திறக்கவும். இரண்டு முனைகளையும் அருகருகே கொண்டுவந்து டெட்ராஹெட்ரானை முழுமை செய்யவும்.

## நுடைப்பைக்குச்சியில் வடிவங்கள்



தென்னை துடைப்பைக் குச்சிகள் (15 செ.மீ)



டெட்ராஹெட்ரான் உருவாக்க மூன்று துடைப்பைக்குச்சிகளை ஒரு சம பக்க முக்கோணத்தின் முனைகளில் கட்டவும்.

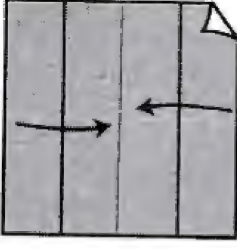


குறைந்த விலையில் வடிவியல் மாதிரிகளை துடைப்பைக்குச்சிகள் மற்றும் நூலினைக் கொண்டு உருவாக்க முடியும். உதாரணமாக இங்கு பிரமிடு மற்றும் கனச்சதுரம் ஆகியவை காட்டப்பட்டுள்ளன.





## பசையிலாமல் கனசதுரம்



1. ஒரு சதுரத்தின் எதிரெதிர் முனைகளை மையக்கோட்டினை நோக்கி மடிக்கவும். இது அலமாரி மடிப்பாகும்.



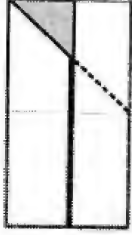
2. மற்றொரு மடிப்பினை மையக்கோட்டினை நோக்கி முதல் மடிப்பின் மீது ஏற்படுத்தவும்



3. மேல்பகுதியின் இடது முனையினை அதன் எல்லை வரை மடக்கவும்.



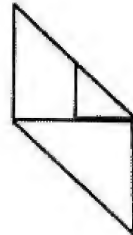
4. இதனைத் திறக்கும்போது நீங்கள் சிறிய முக்கோண மடலினைக் காண்பீர்கள்.



5. மடலினை மடக்கி அதனை உட்புறமாகச் செருகவும்.



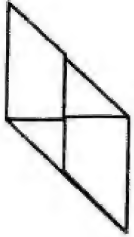
6. வலது முனையினை இடது செங்குத்து செவ்வகத்தில் உட்புறமாகப் பொருத்தவும்.



7. இதனை இடது கீழ்முனைக்கும் தொடரவும். கீழ்முனையினை செங்கோணமாக இருசம பக்க கூறாக்கவும்.



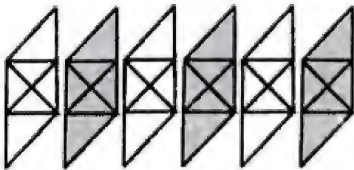
8. சிறிய முக்கோண மடலினை உட்புறமாக மடக்கவும்.



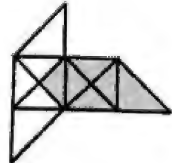
9. இடது கீழ்முனையினைச் செருகி தன்னைத்தானே பூட்டிக்கொள்ளும் இணைகரத்தினை உருவாக்கவும்.



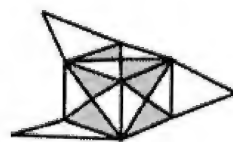
10. தலைகீழாகத் திருப்பி இரண்டு முக்கோண மடல்களை மடிக்கவும். சதுர அடிப்பகுதியானது நான்கு பைகளைக் கொண்டிருக்கும்.



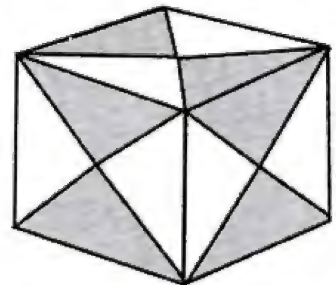
11. ஒரே மாதிரியான ஆறு இணைகரங்களை உருவாக்கிக் கொள்ளவும்.



12. ஓர் இணைகரத்தின் மடலினை மற்றோர் இணைகரத்தினுள் செருகவும்.



13. அனைத்து மடல்களையும் பைகளுக்குள் செருகி பசையில்லாமல் ஒரு கனசதுரத்தினை உருவாக்கவும்.



## இரகசியக் குறியீடுகள்

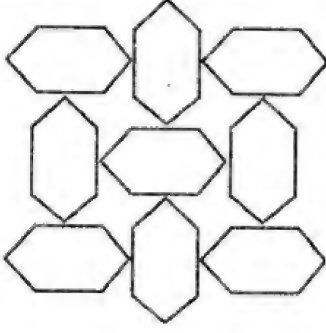
இங்கு சில கடினமான புதிர்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எண்களுக்குப் பதிலாக எழுத்துக்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு எழுத்தும் 0 முதல் 9 வரையிலான எண்களைக் குறிக்கிறது. ஒவ்வொரு எழுத்திற்கும் உள்ள எண்ணினைக் கண்டறிந்து கூடுதலைக் கண்டறிய வேண்டும் என்பதே இதில் உள்ள சவாலாகும்.

1. BOYS + BOYS SILLY குறிப்பு S=1	2. GIRLS + GIRLS SILLY குறிப்பு S=3	3. ARCS + BRAS CRASS குறிப்பு P=1	4. LLAMA - SEAL SEAL குறிப்பு L=1
5. LIP + LIT PIPE குறிப்பு E=0	6. PEP + PEP ERNR குறிப்பு N=3	7. GOOD + DOG FANGS குறிப்பு D=8	8. TOO TOO TOO + TOO HOT குறிப்பு H=9
9. HER + HURL SELLS குறிப்பு S=1	10. SPIT + SIP TIPS குறிப்பு S=5	11. PET PET + PET TAPE குறிப்பு T=2	12. SEND + MORE MONEY குறிப்பு D=7
13. STILL STALL + STILT NITWIT குறிப்பு T=9	14. EIGHT + EIGHT TATTOO குறிப்பு T=1	15. ONE + ONE ZERO குறிப்பு E=3	16. THIS IS + VERY EASY குறிப்பு S=0
17. CROSS + ROADS DANGER குறிப்பு S=3	18. METRE LITRE + GRAMS METRIC குறிப்பு C=8	19. JUNE + JULY APRIL குறிப்பு L=7	20. THREE THREE + FOUR ELEVEN

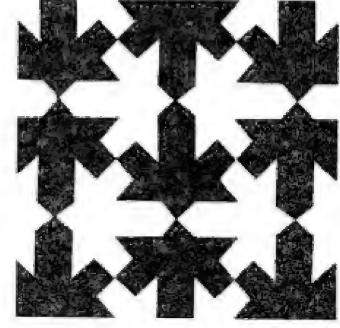


## பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகள்

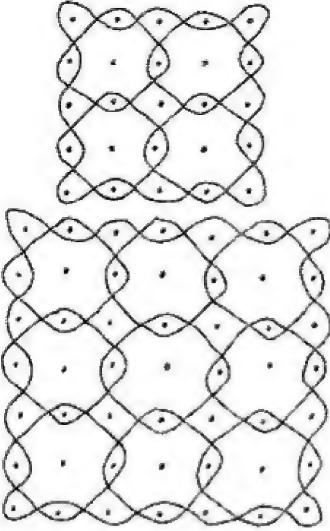
பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகள் என்பது ஒரு சமதளப் பரப்பினை ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காட்சி வில்லைகள் (டைல்ஸ்) எனப்படும் வடிவியல் அமைப்புகளை, மேற்பொருத்துதல் இல்லாமலும், இடைவெளி இல்லாமலும் பதிப்பது ஆகும். வரலாற்றுரீதியாக, பழங்கால ரோம் மற்றும் இஸ்லாமிய கட்டிட கலையில் (உதாரணமாக தாஜ்மஹாலின் அலங்கார காட்சி ஒடுகள்) பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகள் அதிகளவில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இருபதாம் நூற்றாண்டில் மௌ.கொ.எசர் அழகியல் விளைவுகளை ஏற்படுத்த பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகளைப் பயன்படுத்தினார். அறுங்கோணவடிவத்தில் அடுக்கப்பட்ட தேனீக்கூட்டின் அறைகள் இயற்கையில் காணப்படும் பல்வண்ணக் கட்டமைப்பாகும்.



கணிதவியலாளர்களிடையே அதிக தாக்கத்தினை ஏற்படுத்திய புகழ் பெற்ற வரைகலைஞரான மௌ.கொ.எசர் (1898–1972), என்பார், ஸ்பெயினின் அல்ஹம்ப்ரா அரண்மனையின் சுவர்களில் காணப்படும் ஒருங்கமைவு அமைப்புகளை ஆராய்ந்து அதனைப் பற்றி தனது பத்தகத்தில் “இங்குள்ளவை போல்



ஆர்வத்தினைத் தூண்டக்கூடிய கலை அமைப்புகளை நான் வேறெங்கும் கண்டதில்லை. அரண்மனையின் பரப்புகள் ஒரே சீராக பிரிக்கப்பட்டோ அல்லது ஒத்த வடிவங்களால் நிரப்பப்பட்டோ காணப்படுகின்றன. அவை ஒன்றோடொன்று நெருக்கமாக, இடைவெளி இல்லாமல் அமைக்கப்பட்டுள்ளன” என எழுதியுள்ளார்.



## பாரம்பரியக் கலையான கோலம்

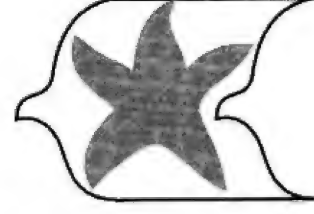
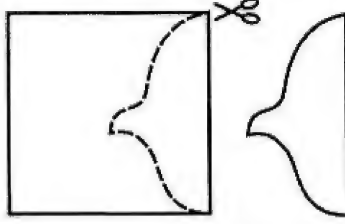
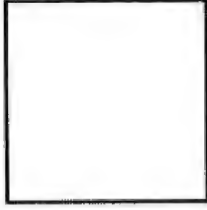


கோலமானது 5000 ஆண்டுகள் பழமையான தமிழ்நாட்டின் புகழ்பெற்ற பாரம்பரியக் கலையாகும். கோலங்கள் வீடுகளின் நுழைவாயிலிலோ அல்லது வழிபாடு நடைப்பெறும் இடங்களின் தரைகளிலோ போடப்படுகின்றன.

வியக்கத்தக்க அளவில் மிக எளிய முறையில் நுட்பமான வடிவமைப்புடைய கோலங்கள் போடப்படுகின்றன. இவை அரிசி மாவு அல்லது கோலப்பொடி கொண்டு போடப்படுகின்றன. ஆகவே கோலங்கள் பொதுவாக வெள்ளை நிறத்தில் காணப்படுகின்றன. மாவானது கட்டைவிரல் மற்றும் ஆட்காட்டி விரல்களினிடையே எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டு புள்ளிகள் வைக்கப்படுகின்றன. இப்புள்ளிகளை அடிப்படையாக வைத்து கோல வடிவமைப்புகள் உருவாக்கப்படுகின்றன.

## எளிய பல்வண்ணக் கட்டமைப்புகள்

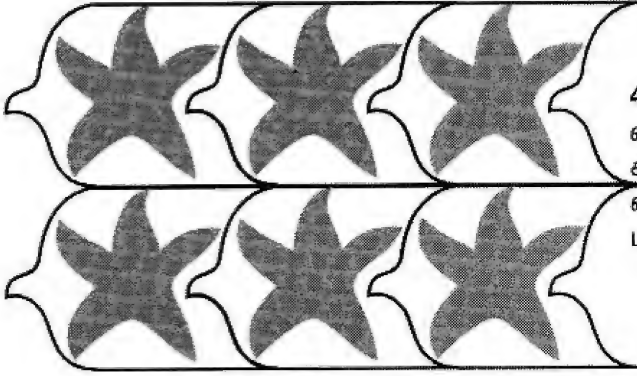
இங்கு ஓர் எளிய பல்வண்ணக் கட்டமைப்பைக் கொண்டு எவ்வாறு சிக்கலான கட்டமைப்புகளை உருவாக்குவது என்பது காட்டப்பட்டுள்ளது. உதாரணமாக



1. முதலில் ஒரு சதுரத்தினை வரைந்துக் கொள்ளவும்

2. சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தில் வரையப்பட்டுள்ள வடிவத்தினை வெட்டவும். நீங்கள் விரும்பினால் வேறு எந்தவொரு வடிவத்தினையும் வரைந்துக் கொள்ளலாம்.

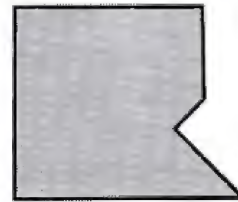
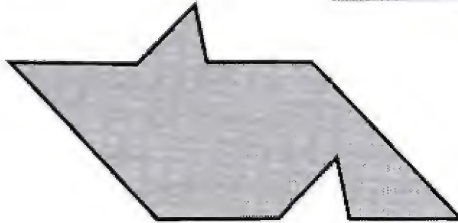
3. வெட்டப்பட்ட பகுதியினை காகிதத்தின் மறுபுறம் ஒட்டவும். ஏதேனும் ஒரு படத்தினை அதில் வரைந்துக்கொள்ளவும்.



4. இவ்வடிவத்தினை மீண்டும் மீண்டும் வரைந்து ஒட்டி உங்களுக்கான பல்வண்ணக் கட்டமைப்பினை உருவாக்கவும். புதிய வடிவங்களை நீங்களாக முயற்சி செய்து பார்க்கவும்.

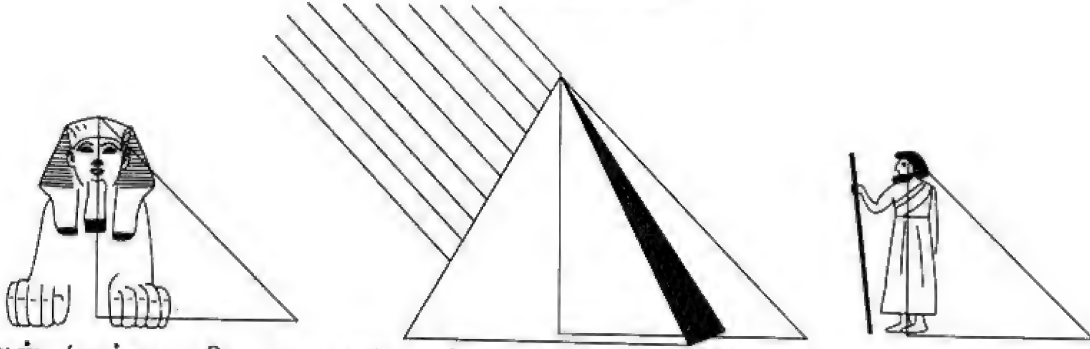
## சதுரத்தினை உருவாக்கவும்

இவ்வடிவங்களை ஓர் அட்டையில் வரைந்து கொள்ளவும். இவ்வடிவங்களில் ஒரு சிறப்புத் தன்மை உள்ளது. இதில் உள்ள ஒவ்வொரு வடிவத்தினையும் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் வெட்டி இரண்டு துண்டுகளாக மாற்றி, அத்துண்டுகளை இணைப்பதன் மூலம் நம்மால் ஒரு சதுரத்தினை உருவாக்க முடியும்!





## பிரமிடின் உயரம்



தாலஸ் (ஏறத்தாழ கி.மு 624-546) - ஆசியா மைனரில் உள்ள மில்லிடஸ் நகரத்தினைச் சேர்ந்த கிரேக்க தத்துவஞானி ஆவார். அவர் உலகினைப் பற்றிய புராண கருத்துகளை மறுத்தார். மேலும் அறிவியல்ரீதியான புரட்சி ஏற்படுவதற்கு முன்னோடியாக இருந்தார். அவர் ஒருமுறை எகிப்திற்குச் சுற்றுலா சென்றார். அப்போது கீஸாவின் பாலவனப் பகுதியில் காணப்படும் மூன்று பிரமிடுகளையும், அதன் அருகில் பாதி மணலில் புதைந்து காணப்படும் ஸ்பிங்ஸ் சிலையினையும் காணச்சென்றார். கி.மு 600 ஆம் ஆண்டில் தாலஸ் அங்கு சென்றபோது அப்பிரமிடுகள் ஏறத்தாழ 2000 ஆண்டுகள் பழமை வாய்ந்தவையாக இருந்தன.

தாலஸ் வழிகாட்டிகளிடம் “இப்பிரமிடின் உயரம் என்ன?” என்று கேட்டார்.

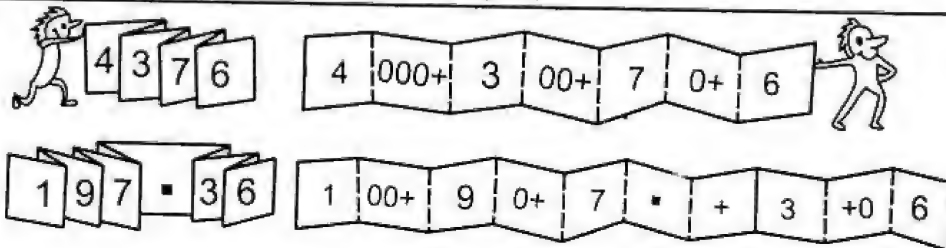
வழிகாட்டிகள் திகைத்து போயினர். அவர்களிடம் அதற்கான பதில் இல்லை. இதுவரை அங்கு வந்த எந்தவொரு பயணியும் இக்கேள்வியினைக் கேட்டதில்லை. தாலஸ் பெரிய பிரமிடின் உயரத்தினை அறிய ஆவலாக இருந்தார். பாலவனத்தில் ஒவ்வொரு பொருளில் இருந்து விழும் சூரியனின் நிழலும் ஒரே கோணத்தில் விழுவதனைக் கவனித்தார். இது உண்மையாக இருந்தால் சூரியனில் இருந்து உருவாகும் அனைத்துப் பொருள்களின் நிழலும் ஒத்த முக்கோணத்தினை உருவாக்க வேண்டும். அவர் பெரிய பிரமிடின் நிழலின் உயரத்தினைத் தன் சொந்த நிழலுடன் ஒப்பிட்டு அதன் உயரத்தினைக் கணக்கிட்டார்.

நாளின் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் அவரின் நிழல் அவருடைய உயரத்திற்குச் சமமாக இருப்பதனை தாலஸ் கண்டறிந்தார். எனவே தாலஸ் அந்த குறிப்பிட்ட நேரத்தில் நிழலின் நீளத்தினை அளந்து பிரமிடின் உயரத்தினைக் கணக்கிட்டார். தாலஸ் உண்மையாகவே பெரிய பிரமிடின் நீளத்தினை அளந்தாரா?

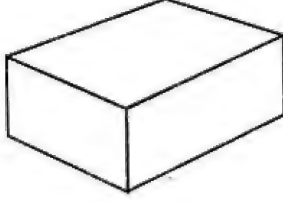
இதனை உறுதியாகக் கூற இயலாது. ஆனால் நிழலின் உயரத்தினைக் கொண்டு ஒரு பெரிய பொருளின் உயரத்தினை அளக்கலாம் என்ற சிந்தனை இன்றளவும் புதுமையாகவும் வியப்பூட்டுவதாகவும் உள்ளது. கீஸாவின் பெரிய பிரமிடின் உயரம் ஏறத்தாழ 139 மீட்டர் ஆகும்.

## இடமதிப்பு பாற்பு

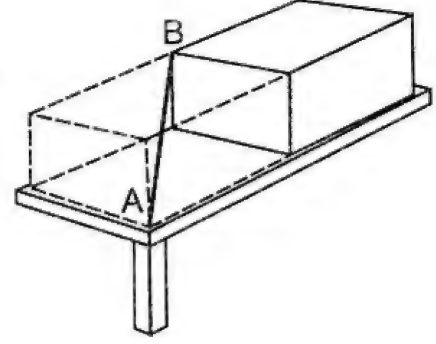
இது ஒரு நீளமான காகிதத்தில் செய்யப்பட்ட வித்தியாசமான கற்பித்தல் உபகரணமாகும். நீங்கள் இக்காகித பாம்பினை பிரிக்கும்போது அனைத்து எண்களின் உண்மையான இடமதிப்புகளை அறிந்து கொள்ள முடியும்.



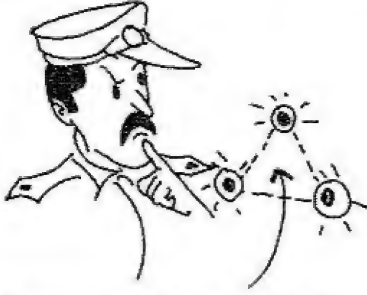
## செங்கல்லின் மூலைவிட்டம்



செங்கல்லின் ஒரு முனையிலிருந்து, அதன் எதிர்முனைக்கான குறுக்கு மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தினை ஓர் அளவுகோலினைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பீர்கள்? இதற்கான தீர்வானது மிகவும் எளிமையானதாகும். முதலில் செங்கல்லினை மேசையின் ஒரு முனையில் வைத்துப் பிறகு அதற்கு சமமான நீளத்திற்கு அதனை நகர்த்தவும். A யிலிருந்து B வரையிலான மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தினை எளிமையாக அளக்கலாம்.



## குந்நவாளிகளைக் கண்டறிதல்

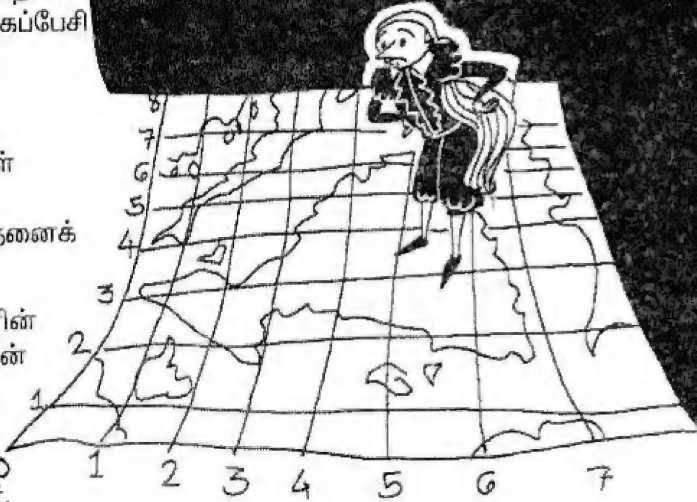


சிலசமயங்களில் காவலர்கள் குற்றவாளிகளை அவர்களின் கைப்பேசி சைகைகளைக் கொண்டு முக்கோண வழி அளத்தல் முறையில் கண்டறிகின்றனர். முதலில், கைப்பேசி நிறுவனத்தினர் கைப்பேசியின் தனிப்பட்ட சைகையினைக் கண்டறிகின்றனர். பிறகு எந்த மூன்று கைப்பேசி கோபுரங்கள் அந்த குறிப்பிட்ட சைகைக்கு அருகில் இருக்கின்றன என்பதனைக் கண்டறிகின்றனர்.

மூன்று கைப்பேசி கோபுரங்களின் சைகைகளுக்கும், கைப்பேசியின் சைகைக்கும் இடையே உள்ள வலிமை ஒப்பிடப்பட்டு கைப்பேசியின் இடத்தினைத் துல்லியமாக கண்டறிகின்றனர்.

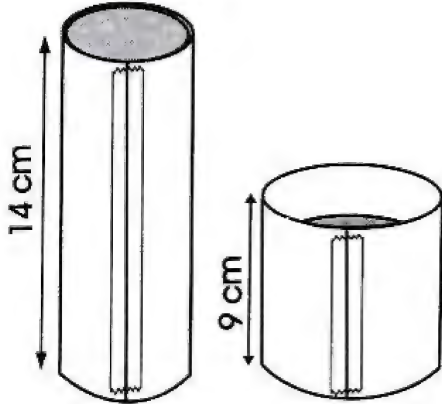
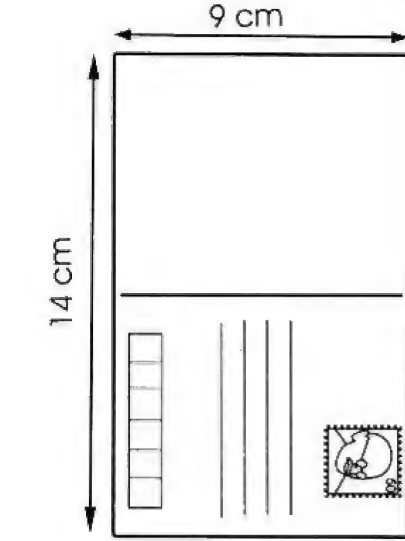
## வரைபடங்கள் மீதும் அளவைகள்

வரைபடங்களில் இடங்களைக் கண்டறிய புதிய முறை ஒன்று ரெனே டேக்கார்ட் என்ற பிரென்ச் கணிதவியலாளரால் 17 ஆம் நூற்றாண்டில் கண்டறியப்பட்டது. இம்முறைப்படி வரைபடத்தின் எந்தவொரு புள்ளியும் கிடைக்கை அச்சு (X அச்சு) மற்றும் செங்குத்து அச்சு (Y அச்சு) இவற்றின் மூலம் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது எனக்கூற முடியும். இந்த அச்சுகள் கார்ட்டீசியன் அச்சுகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.





## எதன் கனஅளவு அதிகம்?



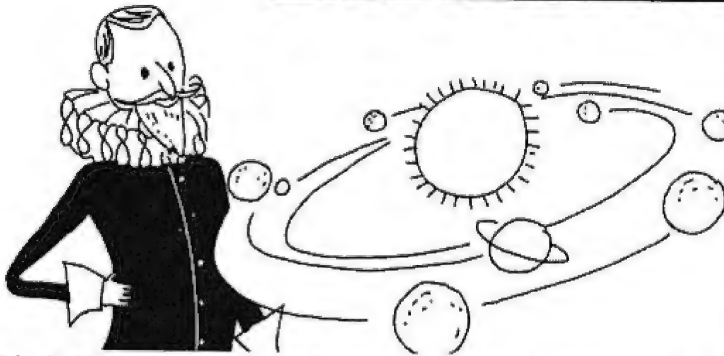
இந்திய தபால் அட்டைகளின் நீளம் 14 செ.மீ மற்றும் அகலம் 9 செ.மீ ஆகும். தபால் அட்டைகளின் நீளமான முனைகளை ஒன்றுசேர்த்து மடக்கி ஓர் உருளையினையும், நீளம் குறைந்த முனைகளை ஒன்றுசேர்த்து மடக்கி மற்றோர் உருளையினையும் தயார் செய்யுங்கள். அகலம் குறைந்த ஆனால் நீளமான (14 செ.மீ உயரம்) உருளையும், அகலம் அதிகமான ஆனால் உயரம் குறைந்த உருளையும் (9 செ.மீ உயரம்) என இரண்டு உருளைகள் உங்களுக்குக் கிடைக்கும்.

இரண்டு உருளையும் ஒரே அளவு மேற்பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும். இப்போது உங்கள் நண்பர்களிடம் “எந்த உருளை அதிக மணலைப் பிடிக்கக்கூடியது?” எனக் கேளுங்கள்.

அநேக நபர்கள் இரண்டு உருளைகளும் ஒரே அளவு மணலை பிடிக்கும் என பதிலளிப்பார்கள். ஆனால் சோதித்து அறியும் முடிவு நம்மை ஆச்சரியப்படுத்தும். முதலில் மெல்லிய நீளமான உருளை முழுவதும் மணலால் நிரப்புகள். பின்னர் அந்த மணலை தடிமனான உயரம் குறைந்த உருளைக்கு மாற்றுங்கள். இதன் மூலம் உங்களால் கலபமாக இரண்டு உருளைகளும் பிடிக்கக்கூடிய மணலின் கனஅளவினை ஒப்பிட முடியும்.

தடிமனான உயரம் குறைந்த உருளையில் மூன்றில் இரண்டு பங்கு மணல் மட்டுமே நிறைந்திருக்கும். ஏன்? உருளையின் கனஅளவானது அதன் ஆரத்தின் இருமடங்கினையும், உயரத்தினையும் பொருத்தது. தடிமனான உயரம் குறைந்த உருளை அதிக ஆரத்தினை கொண்டிருப்பதால் ஆரத்தின் இருமடங்கு அதன் கொள்ளவினை அதிகரிக்கிறது.

## பரண்டக்தினைப் புரிந்துகொள்ளுதல்



17ஆம் நூற்றாண்டின் ஆரம்பத்தில் ஜெர்மன் கணிதவியலாளரும், வானியலாளருமான ஜோஹன்ஸ் கெப்ளர் வடிவங்களைக் கொண்டு சோதனைகள் செய்து சூரியனும் கோள்களும் எவ்வாறு தொடர்புக் கொள்கின்றன என ஆய்வு மேற்கொண்டார். இதன் மூலம் அவர் கெப்ளர் விதியினைப் பெற்றார்.

இவ்விதிப்படி கோள்கள் சூரியனை சுற்றி வரும் பாதை வட்டப்பாதைகள் அல்ல. அவை நீள்வட்ட பாதைகளாகும். இவரின் கண்டுபிடிப்புகள் பிற்காலத்தில் வானியலாளர்கள் கோள்களும், அதன் துணைக்கோள்களும் வான்வெளியில் எவ்வாறு இயங்குகின்றன என்பதனைத் தீர்மானிக்க உதவின.

## கட்டிற் சிந்தனை

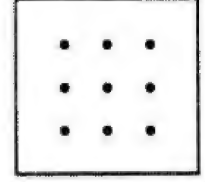
சில தந்திரமான கேள்விகள் அல்லது புதிர்கள் குழந்தைகளுக்கு பொருள்களை பல்வேறு கோணங்களில் பார்த்துப் புரிந்துகொள்ள வேண்டிய அவசியத்தினை உணர்த்துகின்றன. இது அவர்களின் அறிவின் எல்லையினை விரியச்செய்து பல்வேறு வகைகளில் சிந்திக்க உதவுகின்றது. இங்கு ஓர் உதாரணம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

படத்தில் காட்டியவாறு 9 புள்ளிகளை காகிதம், கரும்பலகை அல்லது மணலின் மீது வரையுங்கள். இந்த புள்ளிகளை நான்கு நேர்கோடுகளைப் பயன்படுத்தி இணைக்க வேண்டும் என உங்கள் நண்பர்களிடம் கூறுங்கள். (அவ்வாறு வரையும்போது எழுதுகோலைப் புள்ளியினை விட்டு எடுக்கக்கூடாது)

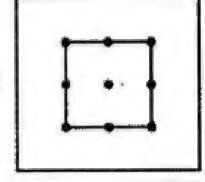
பெரும்பான்மையான மக்கள் அப்புள்ளிகளைக் கொண்டு அவர்கள் கற்பனை செய்யும் சதுரம் அல்லது கட்டத்தினை தாண்டி வேறு வழிகளில் சிந்திக்காமல் கோடுகளை வரைந்து அப்புள்ளிகளை இணைக்க முயற்சிப்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள். வேறு சிலர் நான்கு கோடுகள் மூலம் புள்ளிகளை இணைப்பது இயலாத காரியம் என்ற முடிவிற்கு வருவார்கள்.

நீங்கள் அவர்களாகவே அவர்களுக்கு விதித்துள்ள சிந்தனைகளின் எல்லைகளைத் தாண்டி பல வழிகளில் முயற்சிக்குமாறு கூறுங்கள்.

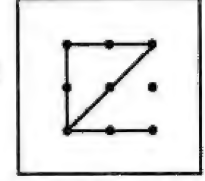
ஒரு சிலர் இக்கோடுகளை எவ்வாறு வரைவது என்பதனைக் கண்டுபிடிக்கக்கூடும். புள்ளிகளால் உருவான கட்டத்திற்கு அப்பால் இக்கோடுகள் நீட்சி அடைகின்றன.



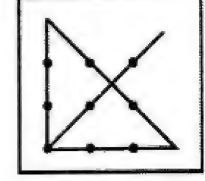
தவறு



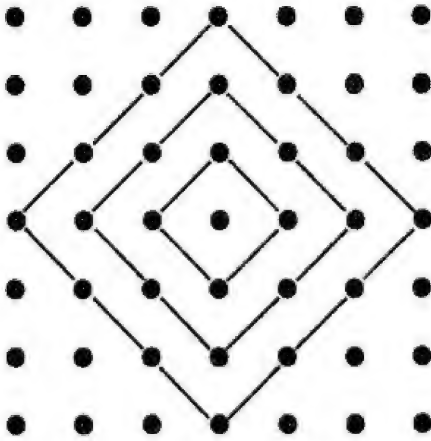
தவறு



சரி!

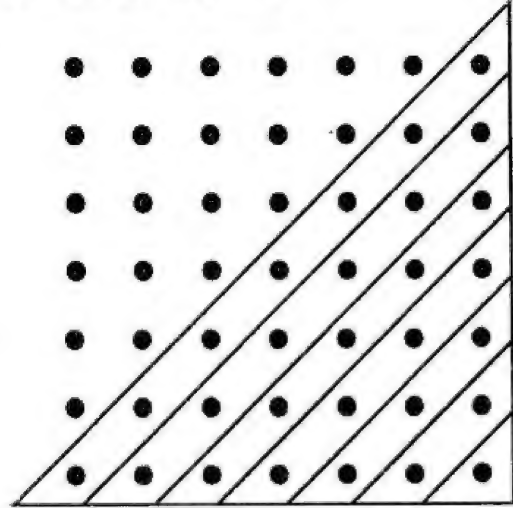


## எண்களின் ஒருங்கமைவு புள்ளிகளில்



மேற்கண்ட ஒருங்கமைவு வடிவத்தினை வரைந்து புள்ளிகளை எண்ணுக. ஒவ்வொரு சதுரத்தின் சுற்றுப்பக்கத்திலும் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 4,8,12...

ஒவ்வொரு சதுரத்தின் உள்ளே உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 1,5,13...



படத்தில் காட்டியவாறு செங்கோண முக்கோணங்களைத் தொடர்ச்சியாக வரையவும். ஒவ்வொரு முக்கோணத்தின் உள்ளே உள்ள புள்ளிகளை எண்ணவும். நமக்கு முக்கோண எண்களின் வரிசை கிடைக்கும். 1,3,6,10... எத்தனைப் புள்ளிகள் 12 வது முக்கோணத்தில் காணப்படும்?

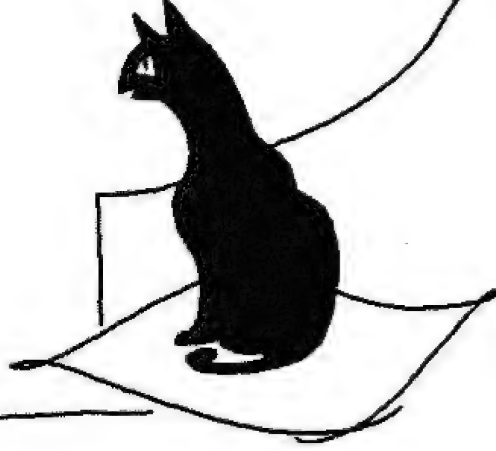


## பூனைகளும் பாய்களும்

ஒருமுறை சில பூனைகள்  
சில பாய்களைக் கண்டன.  
ஒவ்வொரு பூனையும்  
ஒவ்வொரு பாயில்  
உட்கார்ந்தால் அங்கு  
ஒரு பூனைக்குப் பாய்  
இருக்காது.

பூனைகள்  
ஒவ்வொரு பாயிலும்  
இரண்டிரண்டாக  
உட்கார்ந்தால் ஒரு பாய்  
பூனைகள் இல்லாமல்  
இருக்கும்.

அங்கு எத்தனைப் பூனைகள்  
மற்றும் எத்தனைப் பாய்கள்  
உள்ளன?



விடைக்கு 57 ஆம் பக்கம் பார்க்க

## இருவழிச் சொல் (பாலிண்ட்ரோம்)

வார்த்தைகள் அல்லது வாக்கியங்களை வலமிருந்து இடமாக அல்லது இடமிருந்து வலமாக எவ்வாறு வாசித்தாலும் எழுத்துக்கள் மாறாமல் வார்த்தைகள் அமைவதையே இருவழிச் சொற்கள் (பாலிண்ட்ரோம்) என அழைக்கிறோம். முழுஎண்களில் இவ்வாறு மாற்றி வாசித்தாலும் ஒரே இலக்கங்களைக் கொண்டுள்ள எண்கள் பாலிண்ட்ரோம் எண்கள் எனப்படும். வார்த்தைகள் மற்றும் எண்களின் விளையாட்டில் ஈடுபாடுக் கொண்டவர்களுக்கு பாலிண்ட்ரோம்கள் ஆர்வமூட்டுவதாக அமைந்துள்ளன.

ஓர் உதாரணத்தினைப் பார்ப்போம். 132 என்ற எண்ணினை எடுத்துக்கொள்வோம். இது பாலிண்ட்ரோம் அல்ல. ஆனால் இதன் இலக்கங்களை திருப்பி எழுதி அதனுடன் கூட்டவும்.

$$132+231=363$$

சில சமயங்களில் பாலிண்ட்ரோம் எண்ணினை அடைய நீங்கள் நீண்ட படிநிலைகளைக் கடக்க வேண்டியிருக்கும்.

68 என்ற எண்ணினை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$68+86=154$$

$$154+451=605$$

$$605+506=1111$$

இலக்கங்களைக் கூட்டினால் மதிப்பு 10ஐ விடக் குறைவாக வரக்கூடிய அனைத்து இரு இலக்க எண்களும் முதல் படிநிலையிலேயே இரண்டு இலக்க பாலிண்ட்ரோம் எண்களைத் தரும். அவற்றின் இலக்கங்களுடன் 10,11,12,13,14,15,16 அல்லது 18 என்ற எண்களைக் கூட்ட அவை முறையே 2,1,2,3,4,6,6 படிநிலைகளில் பாலிண்ட்ரோம் எண்களைக் கொடுக்கும். இச்செயல்பாடுகளை நீங்களாகவே செய்து பார்த்து சரி பார்க்கும்போது இவை உங்களுக்கு நல்ல பொழுதுபோக்காக அமையும்.

தேடு வகுதே டோடு வகுதே  
டோடு வகுதே தேடு வகுதே



விகடகவி  
வா தாத்தா வா  
மேகமே  
யானையா பூனையா  
தேருவருதே  
மேளதாளமே  
கற்க  
கைரேகை  
காக்கா  
திகதி  
துவருவது  
தாளாதா  
மாமா  
மாடமா  
சிவா வாசி  
மாடு ஓடுமா ?  
யானையா பூ யானையா ?





## மாநாகீதன்மை



கனிமண் உருண்டை



ஒரே மாதிரியான எடையும் அளவும் கொண்ட நான்கு கனிமண் உருண்டைகளைத் தயார் செய்யவும்.

பின்னர் ஒவ்வொரு கனிமண் உருண்டையையும் பொம்மை, கனச்சதுரம், கோப்பை மற்றும் தட்டு என நான்கு வடிவங்களாக மாற்றவும்.

உங்கள் நண்பர்களிடம், “எந்த பொருள் அதிக கனமானது?” எனக் கேளுங்கள்.

விடைக்கு 57 ஆம் பக்கம் பார்க்க

## பை – யின் மதிப்பினை நினைவில் கொள்ளுதல்

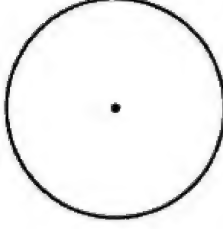
நீங்கள் கணிதத்தில் பை யின் மதிப்பினை நினைவில் வைத்திருக்க இந்த வாக்கியத்தில் உள்ள வார்த்தைகளின் எழுத்துக்களை கூட்டினால் போதும்.



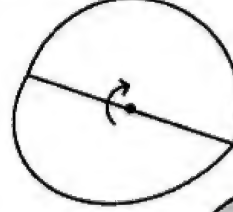
உங்களுக்கு மேலும் இரண்டு தசம இட மதிப்புகள் கிடைக்கும் (3.141592653...)

## வட்டத்தின் பாகங்கள்

இங்கு மிக எளிய முறையில் வட்டத்தின் பாகங்களை எவ்வாறு குறிப்பது எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதற்குத் தேவைப்படும் பொருள்கள் வட்ட வடிவிலான இரண்டு காகித அட்டைகள், பசை, மற்றும் பேனா ஆகும்.

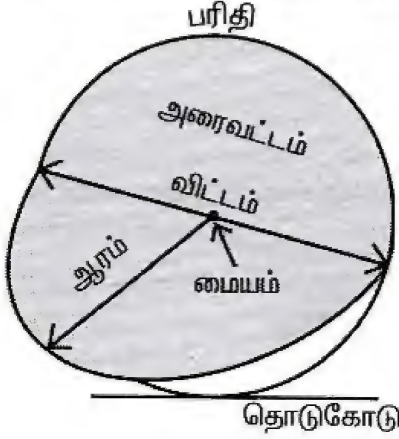
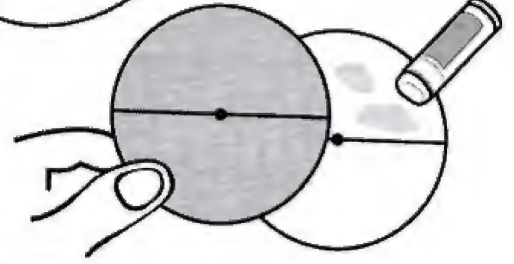


மெல்லிய காகித அட்டையில் இருந்து 10 செ.மீ விட்டம் கொண்ட இரண்டு வட்டங்களை வெட்டிக் கொள்ளவும்.

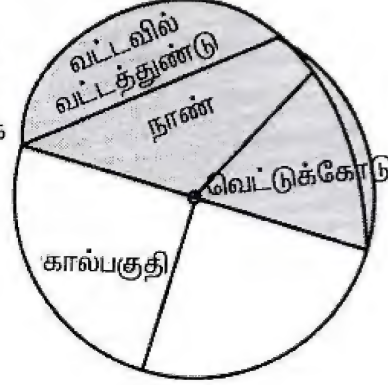


விட்டத்தின் வழியாக அவற்றினை மடிக்கவும்.

இரண்டு வட்டங்களின் மேல் பாதி முனைகளை பசையினைக் கொண்டு ஒன்றோடொன்று ஒட்டவும். மேலுள்ள வட்டத்தின் கீழ்ப்பகுதியானது ஒரு மடலினைப்போல் தூக்கக்கூடியதாக இருக்கட்டும்.



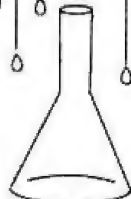
இப்போது மேலிலுள்ள வட்டத்தில் பாகங்களைக் குறிக்கவும்.



இப்போது கீழ்ப்பகுதி இதழினைத் தூக்கி அதன் அடியிலும் கீழ்ப்பகுதி வட்டத்திலும் பாகங்களைக் குறிக்கவும்.

## எது அதிகமாக சேகரிக்கும்

இப்படத்தில் உள்ள ஆறு கொள்கலன்களையும் நாம் மழையினை அளப்பதற்காக வெளியில் வைத்திருக்கிறோம் எனக் கொண்டால் எக்கொள்கலன் மிகக்குறைந்த அளவு மழைநீரினைச் சேகரிக்கும்? எது முதலில் நிரம்பும்?



விடைக்கு 58 ஆம் பக்கம் பார்க்க



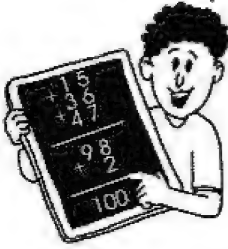
## தந்திரமான வட்டம்



நீங்கள் ஒரு வட்டத்தினையும் அதன் மையப் புள்ளியினையும் காகிதத்தில் இருந்து எழுதுகோலை எடுக்காமல் வரைய முடியுமா? முடியாது என்பதுபோல் தோன்றினாலும் நம்மால் இவ்வாறு வரைய முடியும்.

படத்தில் காட்டியவாறு காகிதத்தின் வலது முனையினை மடக்கி கொள்ளவும். மடக்கப்பட்ட முனையிலிருந்து வட்டத்தினைத் தொடங்கி முழுவட்டம் வரையவும்.

## நூறு வருமாறு கூட்டுக



இங்கு 1 முதல் 9 வரையிலான இலக்கங்கள் அதனைக் கூட்டும்போது 100 என்ற எண்ணிற்கு சமமாக வருமாறு அடுக்கப்பட்டுள்ளன. வேறு வழிகளில் உங்களால் இதனைச் செய்ய இயலுமா?

இவ்வாறு எண்களை அடுக்கும்போது பின்பற்ற வேண்டிய விதிமுறைகள் என்னென்ன?

## எவ்வாறு அளபீரர்கள்?

உங்களிடம் 4 லிட்டர் மற்றும் 7 லிட்டர் அளவுசாடிகளும் ஒரு பாத்திரத்தில் பாலும் உள்ளது. நீங்கள் உங்கள் வாடிக்கையாளருக்கு எவ்வாறு 2 லிட்டர் பாலினை அளந்து ஊற்றுவீர்கள்?



## பிரவரிசில் எத்தனை நாட்கள் உள்ளன?

28 நாட்களைக் கொண்ட மாதங்கள் எத்தனை?

பிரவரி மட்டும் தான்.

தவறு. எல்லா 12 மாதங்களும் 28 நாட்களைக் கொண்டுள்ளன. பெரும்பான்மை -யானவை 2 அல்லது 3 நாட்களைக் கூடுதலாகக் கொண்டு இருக்கும்.



## சதுரங்க பலகையின் கீழ்க்கிடை



உலகின் மிகப் பழங்கால விளையாட்டான சதுரங்கம் இந்தியாவில் கண்டுபிடிக்கப்பட்டதாகும். இந்திய மன்னர் ஒருவர் இவ்விளையாட்டினை விளையாடுவதற்கான பல்வேறு முடிவில்களால் வாழ்புகளையும், அதற்கான புத்திசாலித்தனத்தினையும் கண்டு மிகவும்

ஆச்சரியமடைந்தார்.

இவ்விளையாட்டினை தனது குடிமக்களில் ஒருவர்தான் உருவாக்கினார் என அறிந்து அவருக்குப் பரிசுகள் வழங்க விரும்பினார்.

இவ்விளையாட்டினைக் கண்டறிந்தவரான சேத்தா, அரசவைக்கு அழைத்து வரப்பட்டார். இவர் ஓர் எழுத்தராக மாணவர்களுக்குப் பாடங்களை எழுதிக்கொடுப்பதன் மூலம் எளிய வாழ்க்கையினை வாழ்ந்து வந்தார்.

அரசர் “நீங்கள் இச்சிறப்பான விளையாட்டினைக் கண்டுபிடித்ததால் உங்களுக்கு நான் பரிசளிக்க விரும்புகிறேன்” என்றார்.

மேலும் அரசர் உங்களின் விருப்பத்தினை நிறைவேற்றும் அளவிற்கு என்னிடம் செல்வம் உள்ளது. நீங்கள் விரும்பும் பரிசினைக் கூறி பெற்றுச் செல்லுங்கள்” என்றார்.

சேத்தா “அரசே நீங்கள் சதுரங்க பலகையில் உள்ள முதல் சதுரத்திற்கு ஒரு கோதுமை மணியினை எனக்குப் பரிசாகத் தர உத்தரவிடுங்கள்” என்றார்.

“ஒரு சாதாரண கோதுமை மணியா? அவ்வளவுதானா!” என அரசர் அதிர்ச்சியடைந்தார்.

“ஆம், அரசே. இரண்டாவது சதுரத்திற்கு இரண்டு கோதுமை மணியும், மூன்றாவது சதுரத்திற்கு நான்கும், நான்காவது சதுரத்திற்கு எட்டும், ஐந்தாவது சதுரத்திற்கு 16ம், ஆறாவது சதுரத்திற்கு 32...”

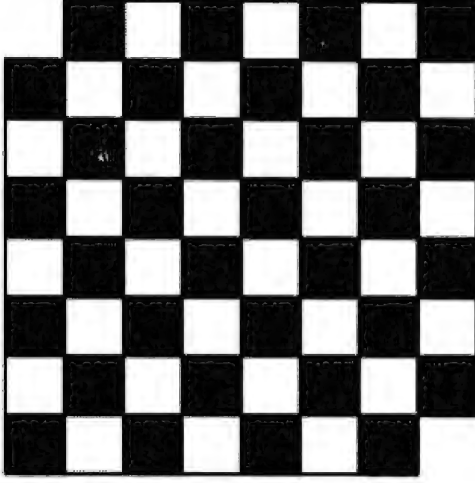
எரிச்சலடைந்த அரசர் “போதும்! உங்கள் விருப்பம் போல் 64 சதுரத்திற்கும் உண்டான கோதுமை மணிகளைப் பெற்றுக்கொள்ளுங்கள்” என்றார்.

அவையின் கணிதவியலாளர் பரிசளிக்கத் தேவைப்படும் மொத்த கோதுமை மணிகளைக் கணக்கிடத் தொடங்கினார். அவர் 18,446,744,073,709,551,615 கோதுமை மணிகள் தேவை என்பதனைக் கணக்கிட்டார்.

முதல் சதுரத்திற்கு 1, இரண்டாவது 2, மூன்றாவது 4, நான்காவது 8 எனச் செல்லும். முடிவாக கண்டுபிடிப்பாளர் 63 வது சதுரத்திற்கான விடையினை இரண்டால் பெருக்கினால் 64வது சதுரத்திற்கு கிடைக்கும் விடையின் அளவிற்கு பரிசினை பெறுவார். இது மிகப் பெரும் எண்ணிக்கையாகும். ஒரு கனமீட்டரில் 15,000,000 கோதுமை மணிகள் இருக்கும் என்பது நாம் அறிந்ததாகும். இதன்படி சதுரங்கத்தினைக் கண்டுபிடித்த கண்டுபிடிப்பாளரின் பரிசு 12,000,000,000,000 கனமீட்டர் அல்லது 12,000 கனகிலோ மீட்டராகும். ஒரு தானியக் களஞ்சியத்தின் உயரம் 4 மீட்டர் அகலம் 10 மீட்டர் எனக் கொண்டால், இந்தளவு தானியத்திற்குத் தேவைப்படும் தானியக் களஞ்சியத்தின் நீளம் 300,000,000 கிலோமீட்டராகும். இது சூரியனின் தொலைவு போன்று இருமடங்காகும்! அந்த அரசரால் இப்பரிசினை நிச்சயம் அளிக்க முடியாது.



## கணித நிரூபணம்



ஒரு கேள்விக்கான விடையினை கணிதரீதியாகவோ அல்லது அறிவியல்ரீதியாகவோ பெறலாம். நாம் இங்கு அவற்றுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்தினைக் காண்போம்.

இரண்டு எதிரெதிரான முனைகளை ஒரு சதுரங்க அட்டையிலிருந்து நீக்குவோம். எனவே இப்போது அதில் 64 சதுரங்களுக்கு பதிலாக 62 சதுரங்கள் இருக்கும். இப்போது ஒரு வெள்ளை மற்றும் கருப்பு சதுரங்களைக் கொண்ட 31 டோமினோக்களை நாம் கொண்டிருப்போம். சதுரங்க அட்டையில் உள்ள அனைத்து 62 சதுரங்களையும் நம்மால் இந்த 31 டோமினோக்களைக் கொண்டு நம்மால் பூர்த்தி செய்ய இயலுமா? இங்கு அறிவியல் மற்றும் கணிதம் முறையிலான வழிமுறைகளைக் காண்போம்.

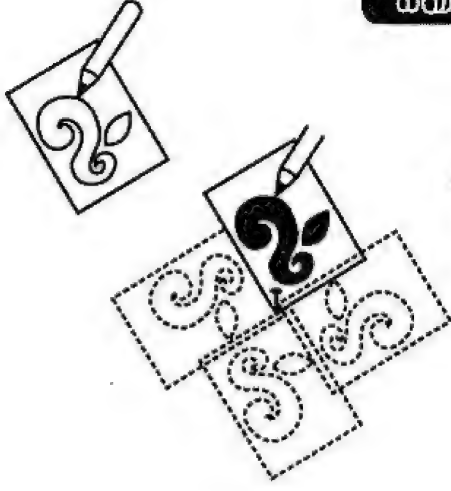
**1. அறிவியல் முறை :** ஓர் அறிவியலாளர் இதற்கு சோதனையின் அடிப்படையில் தீர்வு காண முயற்சிப்பார். அவர் 31 டோமினோக்களைக் கொண்டு அனைத்து சாத்தியமான வழிகளிலும் சதுரங்க அட்டையினை பூர்த்தி செய்ய முயற்சிப்பார். விரைவில் இது சாத்தியமில்லை என உணர்ந்து கொள்வார். ஆனால் அவர் எவ்வாறு இதுதான் உறுதியான முடிவு என எடுத்துரைப்பார்? அவர் முயற்சித்த பல சேர்மானவழிகளும் சரியான முடிவினைத் தரவில்லை. ஆனாலும் முயற்சிக்காத இலட்சக்கணக்கான வழிமுறைகள் மீதம் உள்ளன. யாருக்குத் தெரியும்? சில சேர்மான முறைகள் இதனை சாத்தியமாக்கக்கூடும். யாரேனும் ஒருவர் வருங்காலத்தில் சரியான சேர்மான முறையினைக் கண்டறிந்து அறிவியல் கொள்கையினை மாற்றி அமைக்கக்கூடும்.

**2. கணித முறை :** இதற்கு மாறாக ஒரு கணிதவியலாளர் இதற்கான தீர்வினைத் தர்க்கரீதியிலான கொள்கைகளை உருவாக்கிக் கண்டறிய முயல்வார். அவர் கல்லில் செதுக்கக்கூடிய முடிவினை, வருங்காலத்தில் யாராலும் மாற்ற இயலாத முடிவினைப் பெற முயற்சிப்பார். இங்கு உதாரணத்திற்காக கணிதரீதியிலான தர்க்கத்தினைக் காண்போம்.

நீக்கப்பட்ட முனைகள் இரண்டும் வெள்ளை சதுரங்கள் என்றால் நமக்கு 32 கருப்பு மற்றும் 30 வெள்ளை சதுரங்கள் எஞ்சியிருக்கும். ஒவ்வொரு டோமினோவும் ஒரு கருப்பு மற்றும் ஒரு வெள்ளை கொண்ட அடுத்தடுத்த சதுரத்தினை மட்டுமே கொண்டிருக்கும். எனவே அவை எவ்வாறு ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டாலும் முதல் 30 டோமினோக்கள் 30 வெள்ளை சதுரங்களையும் 30 கறுப்பு சதுரங்களையும் கொண்டிருக்கும். இதனைத் தொடர்ந்து நமக்கு கிடைக்கும் டோமினோ இரண்டு கறுப்பு சதுரங்களை மட்டுமே கொண்டிருக்கும். ஆனால் டோமினோ என்பது இரண்டு எதிரெதிர் நிறங்கள் கொண்ட அடுத்தடுத்த சதுரங்களை மட்டுமே கொண்டிருக்கும் என்பதனை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும். ஆனால் மீதமுள்ள இரண்டு சதுரங்களும் ஒரே நிறத்தினைக் கொண்டிருப்பதால் அவை மீதமிருக்கும் ஒரு டோமினோவினை நிறைவு செய்ய இயலாது.

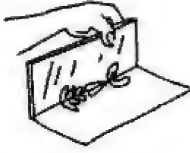
எனவே சதுரங்க அட்டையினைப் பூர்த்தி செய்ய இயலாது! இதன்மூலம் டோமினோக்களின் எந்தவொரு வரிசைக்கிரமமும் கட்டங்கள் நீக்கப்பட்ட சதுரங்க அட்டையினைப் பூர்த்தி செய்ய இயலாது என்பது நிரூபணமாகிறது.

## கண்ணாடி புதிர்கள்



ஒரு தபால் அட்டையில் ஏதேனும் வடிவத்தினை வரைந்து வெட்டி எடுத்துக்கொள்ளவும். காகிதத்தில் வெட்டிய வடிவத்தின் ஒரு முனையினை குண்டுசியால் பொருத்தி வடிவத்தினைக் காகிதத்தில் வரையவும். கால்பகுதி அளவு அதனைத் திருப்பி மீண்டும் வரையவும்.

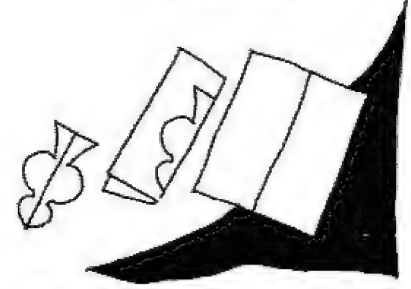
உங்களுக்கு மிகவும் அழகான கழற்சி சமச்சீர் வடிவம் கிடைக்கும்.



ஒரு வடிவத்தினை வரைந்து அதனை கண்ணாடி அருகில் வைத்தால் அவ்வடிவம் இரண்டாகத் தெரியும்.



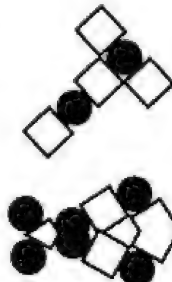
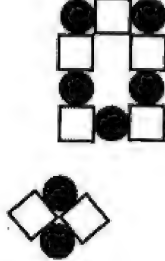
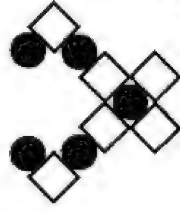
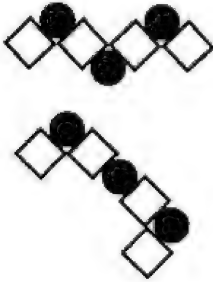
ஒரு காகிதத்தினை பாதியாக மடிக்கவும். மடிக்கப்பட்ட பகுதியில் ஒரு வடிவத்தினை வரைந்து வெட்டவும். காகிதத்தினை திறந்தால் சமச்சீர் வடிவத்தினை காணலாம். இதில் எது சமச்சீர் கோடாகும்?



மூல வடிவம்

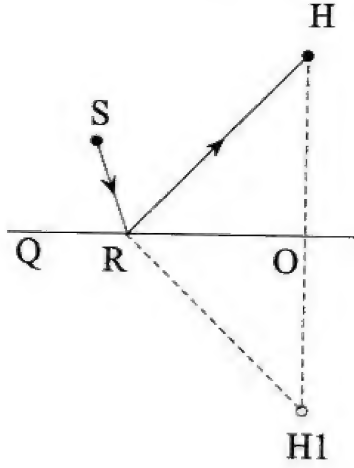
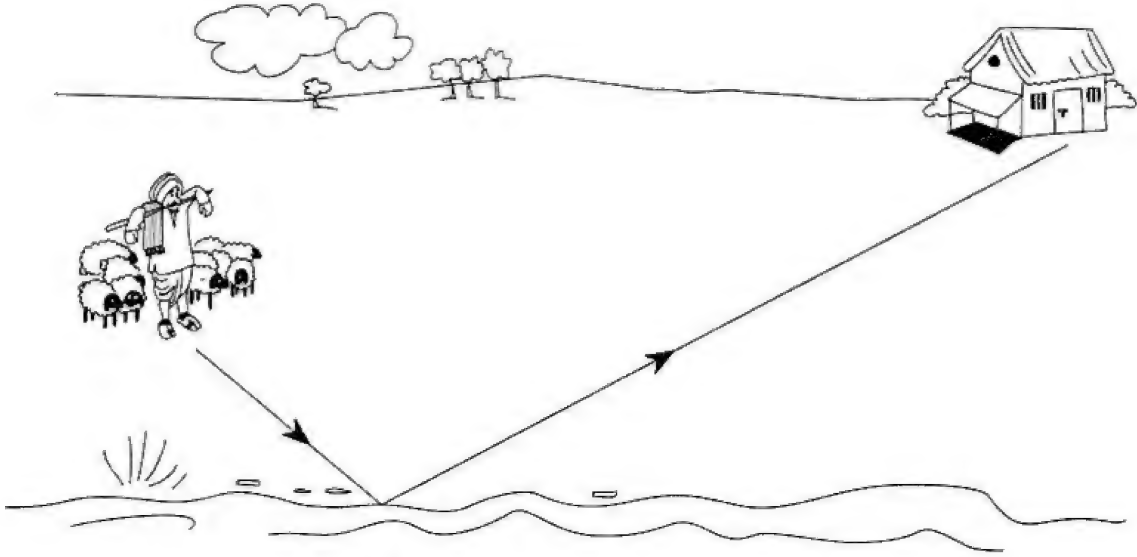
நீங்கள் கண்ணாடி முன்பு நின்று இந்த மூல வடிவத்தினை ஒவ்வொரு முறையும் ஒவ்வொரு நிலையில் வைக்கும்போதும் மீதமுள்ள வடிவமைப்புகள் உங்களுக்கு கிடைக்கும். இவற்றில் பெரும்பான்மையான வடிவமைப்புகளை நீங்கள் பெறமுடியும்.

ஆனால் சில வடிவமைப்புகள் உங்களை குழப்பத்தில் ஆழ்த்தும். அவை உருவாக்க கடினமானவை என்பதால் அல்ல, அவற்றினை உருவாக்குவது இயலாத ஒன்றாகும். அத்தகைய வடிவமைப்புகளை உங்களால் கண்டறிய முடிகிறதா? உங்களுக்கு இக்கண்ணாடி புதிர் பிடித்திருந்தால் நீங்களே ஏன் சிலவற்றினை உருவாக்கக் கூடாது?

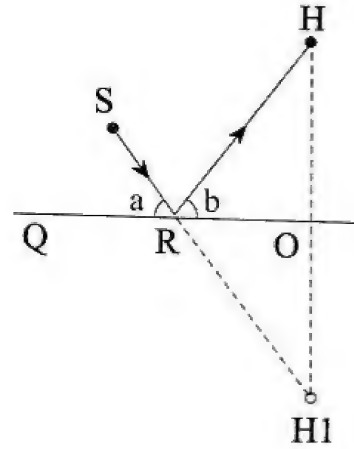




## நிகக் குறந்த தொலைவு



ஆற்றங்கரை



ஓர் ஆடுமேய்ப்பவர் தனது ஆடுகளை மேய்ச்சலுக்காக அழைத்துச் சென்றார். மாலையில் வீட்டிற்குச் செல்லும்முன் ஆற்றிற்குச் சென்று அவைகளை நீர் அருந்தச் செய்ய வேண்டும் என விரும்பினார். ஆற்றின் வழியாக வீட்டிற்குச் செல்ல அவர் எவ்வழியினைத் தேர்ந்தெடுத்தால் பயணத் தூரத்தினைக் குறைக்க முடியும்? அதாவது ஆற்றின் எப்பகுதியினைத் தேர்ந்தெடுத்துச் சென்றால் அவரால் வீட்டிற்கான தூரத்தினைக் குறைக்க முடியும்?

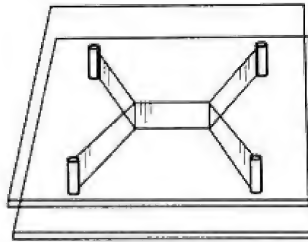
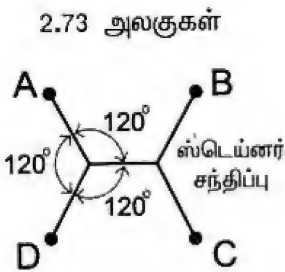
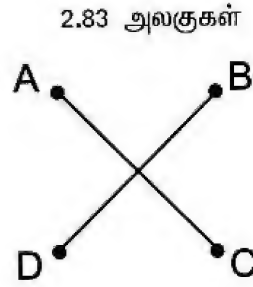
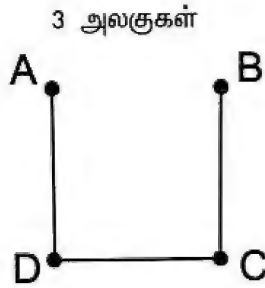
பயண தூரத்தினை குறைக்க அவர் ஆற்றிற்கு செல்லும் பாதையும் அங்கிருந்து வீட்டிற்கு செல்லும் பாதையும் ஆற்றுடன் சம கோணத்தினை ஏற்படுத்த வேண்டும். (கோணம்  $a =$  கோணம்  $b$ ).

## தபால்காரரின் பிரச்சனை

சோப்புக்குமிழ்கள் பல நேரங்களில் குழந்தைகளின் விளையாட்டுப் பொருள்களாக இருந்தாலும் அவை பெரியவர்களையும் கவர்வதாகவே உள்ளன. எப்போதும் தனது புறப்பரப்பினைக் குறைத்துக் கொள்ள முயற்சிக்கும் சோப்புக்குமிழின் பண்பிலிருந்து பல சிக்கலான கணிதப் பிரச்சனைகளுக்கான தீர்வுகள் காணப்பட்டுள்ளன.

நடைமுறையில் காணப்படும் ஒரு சிக்கலை எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒரு தபால்காரர் ஒரு சதுரத்தின் முனைகளில் அமைந்துள்ள நான்கு நகரங்களான A, B, C மற்றும் D க்கு தபால்களைக் கொண்டு சேர்க்க வேண்டும். நகரங்களை எவ்வாறு இணைப்பதன் மூலம் நாம் தபால்காரரின் பயணதூரத்தினைக் குறைக்க முடியும்?



இரண்டு தெளிவான பெர்ஸ்பெக்டிவ் அல்லது அக்ரலிக் தட்டுகளை எடுத்துக்கொள்ளவும். அவற்றினை ஒன்றன்மேல் ஒன்றாக இணையாகப் பொருத்தி சதுரத்தின் நான்கு முனைகளிலும் குண்டிசிகளைச் செருகவும். இதனை சோப்புக்கரைசலில் முக்கி எடுக்கவும். ஒவ்வொருமுறையும் தட்டுகளுக்கிடையே சோப்பு மெல்லேடுகள் ஏற்பட்டு தங்களின் புறப்பரப்பினை குறைத்துக் கொள்ளும். இப்போது நீங்கள் ஐந்து நேர்கோடுகளையும் அவற்றுக்கிடையே 3 கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியில் 120 டிகிரி கோணத்தில் ஏற்படும் இரண்டு குறுக்குவெட்டுப் புள்ளிகளையும் காணலாம். இத்தகைய 120 டிகிரி சந்திப்புகள் ஸ்டெய்னர் சந்திப்புகள் என அழைக்கப்படுகின்றன. இந்த சாலையின் மொத்த நீளம் 2.73 அலகுகள் ஆகும். இதுவே நான்கு நகரங்களையும் இணைக்கக்கூடிய மிகக் குறைந்த தொலைவு ஆகும். மேலும் இதுவே தபால்காரரின் பிரச்சனைக்குரிய தீர்வுமாகும்.



A



B



D



C



நாம் மூன்று நேர்கோடுகளைப் பயன்படுத்தி 3 வடிவ வலைப்பின்னலை ஏற்படுத்த முடியும். இதன் மொத்த நீளம் 3 அலகுகள் ஆகும். முயன்று கற்றல் அடிப்படையில் நாம் மேலும் சிறப்பாகக் கணக்கிட மையத்தில் குறுக்கு வெட்டுப் புள்ளியினை ஏற்படுத்தும் இரண்டு கோடுகளை வரைவோம். இரண்டு கோடுகளும் 'X' வடிவில் வெட்டிக்கொள்ளும். ஒரலகு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களான AC மற்றும் BD யின் நீளங்கள் 1.41. எனவே மொத்த குறுக்குக் கோடுகளின் நீளம் 2.83

இப்போது நம்முன் எழும் கேள்வி என்னவென்றால் இரண்டு குறுக்கு வெட்டுப் புள்ளிகளை ஏற்படுத்தினால் மேலும் சிறந்த விடையினை நம்மால் பெறமுடியுமா? அவ்வாறெனில் அப்புள்ளி எவ்விடத்தில் அமையும்? அதன் கோணம் யாது?

இது கடினமான கேள்வியாகும். இதற்கான விடையினை காணும் ஒரு முறையாக நாம் சோப்புக் குமிழ்களைப் பயன்படுத்தலாம்.



## தீக்குச்சிகளை பொருத்துதல்

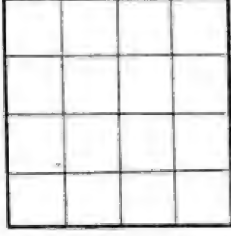
எத்தனை தீக்குச்சிகளை நகர்த்த வேண்டும் எனக்கூறப்பட்டுள்ளதோ அந்த எண்ணிக்கையில் தீக்குச்சிகளை நகர்த்தி கேட்கப்பட்ட எண்ணிக்கை கொண்ட சதுரங்களை உருவாக்கவும். (சதுரங்கள் ஒன்றன் மேல் ஒன்று பொருந்தியோ அல்லது பொதுவான முனைகளைக் கொண்டோ காணப்படலாம்).

விடைக்கு 58 ஆம் பக்கம் பார்க்க

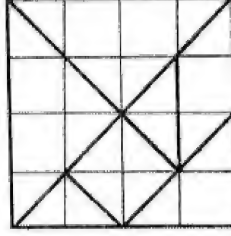
	2 தீக்குச்சிகளை மாற்றவும்	3 தீக்குச்சிகளை மாற்றவும்	4 தீக்குச்சிகளை மாற்றவும்
2 சதுரங்களை உருவாக்கவும்			
3 சதுரங்களை உருவாக்கவும்			
4 சதுரங்களை உருவாக்கவும்			
5 சதுரங்களை உருவாக்கவும்			

## டென்கிராம் (புதிர் வெட்டுக் கட்டம்)

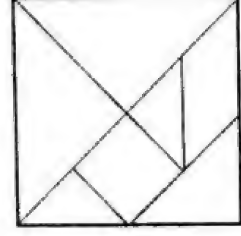
டென்கிராம் என்பது பழங்கால சீன புதிராகும். இதற்கு ஏழு துண்டுகளாக வெட்டப்பட்ட சதுரமானது தேவைப்படுகிறது.



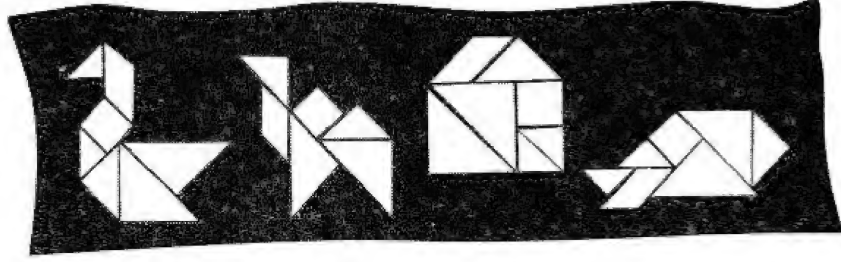
1. சதுரவடிவ அட்டையில் 16 சதுரங்களை வரைந்துக் கொள்ளவும்.



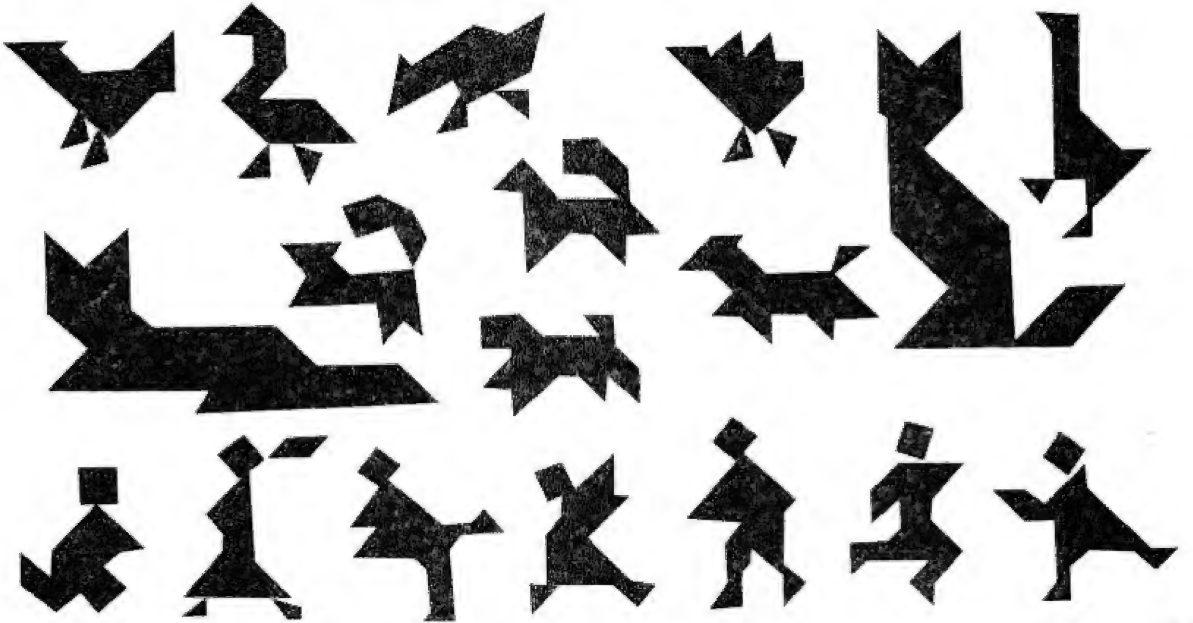
2. படத்தில் காட்டியவாறு கோடுகளை வரைந்துக் கொள்ளவும்.



3. கோடுகளின் ஊடாக வெட்டி ஏழு துண்டுகளைப் பெறவும்.

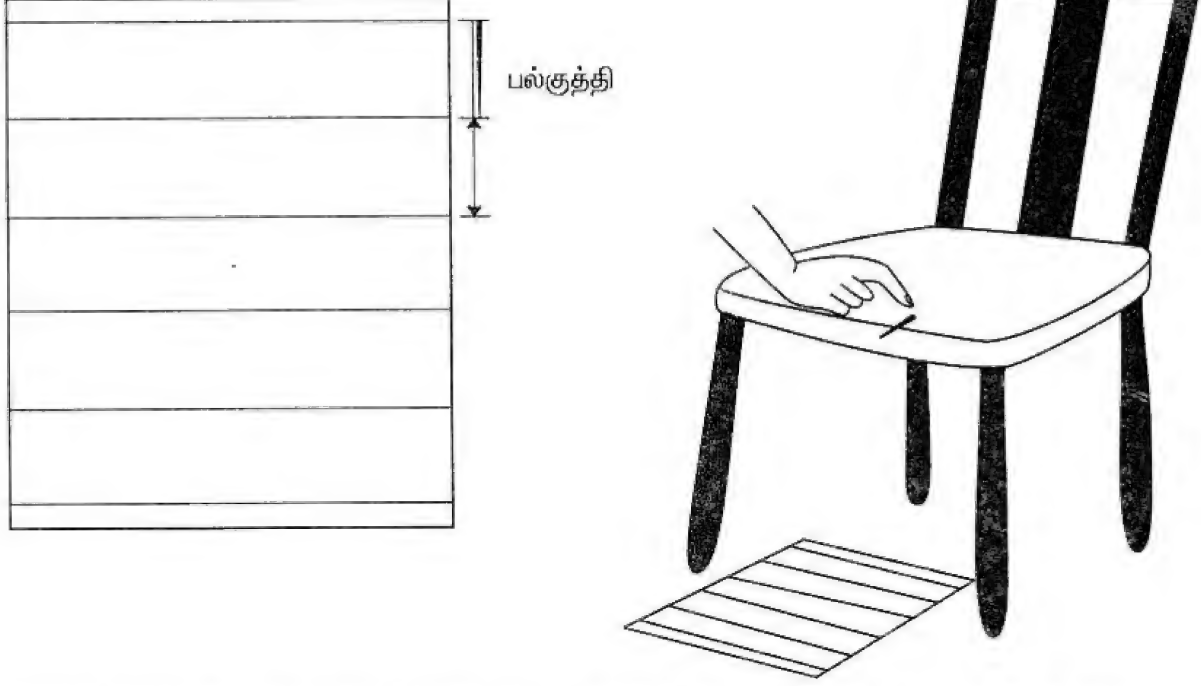


பிறகு ஏழு துண்டுகளையும் இணைத்து பல்வேறு வடிவமைப்புகள்— வடிவியல் வடிவங்கள், மனிதர்கள், பறவைகள், விலங்குகள் போன்றவைகளை உருவாக்கவும். ஏழு துண்டுகளையும் ஒவ்வொரு வடிவமைப்பிற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும்.





## பை(π) யின் மதிப்பு



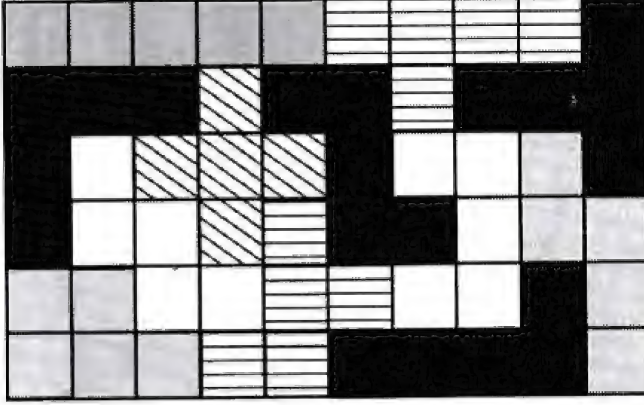
பல்குத்திகளை கீழே விழச்செய்வதன் மூலம் பை(π)யின் மதிப்பினை ஏறத்தாழ துல்லியமாக கண்டறியலாம் என்பது உங்களுக்கு தெரியுமா! 300 வருடங்களுக்கு முன்பு கவுண்ட் பஃபன் இச்சோதனையினை செய்தார். நீங்களும் செய்து பாருங்களேன்! ஒரு காகிதத்தில் இணைக்கோடுகளை வரிசையாக வரைந்துக் கொள்ளவும். ஒரு பல்குத்தியின் அளவில் இக்கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவுகள் இருக்கட்டும். ஒரு பல்குத்தியினை ஒரு நாற்காலியின் முனையில் வைத்து அதனைப் படத்தில் காட்டியவாறு கோட்ட தாளில் விழுமாறு செய்யவும்.

எத்தனை முறை பல்குத்தியின் ஏதேனும் ஒரு பாகம் கோட்டினைத் தொடுகிறது என குறித்துக் கொள்ளவும். அதேபோல் எத்தனை முறை பல்குத்தி கோட்டினைத் தொடவில்லை என்பதனையும் குறித்துக் கொள்ளவும். நீங்கள் பல்குத்தியினை போதுமான எண்ணிக்கையில் கீழேவிழச் செய்தால் இரண்டு நிகழ்வுகளுக்குமிடையே ஒரு நிச்சயத் தொடர்பு தொடர்பு ஏற்படுவதனை கவுண்ட் பஃபன் கண்டறிந்தார்.

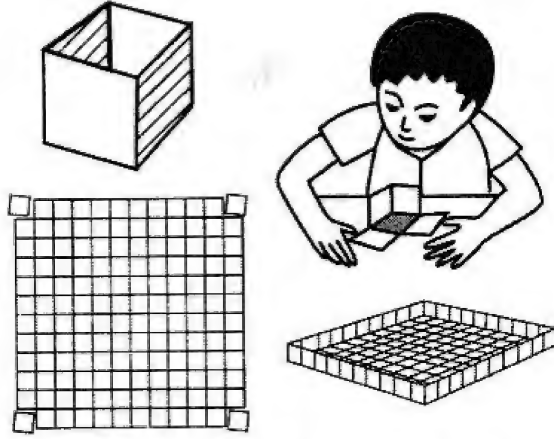
பல்குத்தியானது கோட்டினைத் தொடுவதற்கான வாய்ப்பானது  $2/3.14$  அல்லது  $2/(\pi)$ . வட்டத்தின் சுற்றளவானது அதன் விட்டத்தினை பை (π) யால் பெருக்க கிடைக்கும் மதிப்பிற்கு சமமாகும் என்பது நாம் அறிந்த ஒன்றாகும். பை(π) மாறிலி வட்டத்துடன் தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது. பல்குத்தியினை கீழேவிழச் செய்யும் சோதனையின் மூலம் பை(π) யின் மதிப்பினைக் கண்டறிவது விசித்திரமாக உள்ளது, அல்லவா?

இத்தாலியின் கணிதவியலாளர் லெசாரினி பல்குத்தியினை 3408 தடவைகள் கீழே விழச் செய்தார். இச்சோதனையின் மூலம் அவருக்கு கிடைத்த பை(π) யின் மதிப்பு 3.1415929...

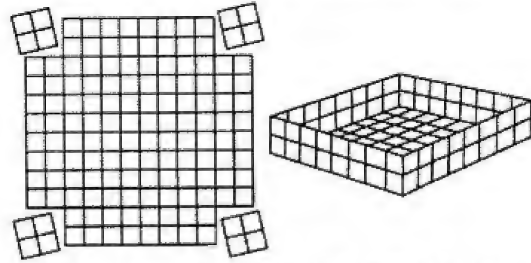
## மிகப்பெரிய பெட்டி



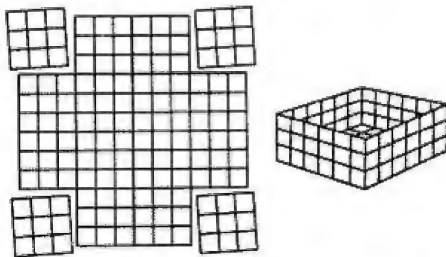
ஐந்து சதுரங்களைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு முறையும் வேறுபட்ட வடிவமைப்புகளை உருவாக்கமுடியும். நன்கு அறியப்பட்ட பெண்டோமினாக்களின் எண்ணிக்கை 12 ஆகும். இவை ஜிக்சா முறையில் பொருத்தப்பட்டு 10x6 செவ்வகமாக இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவைகளை ஒரு அட்டையில் வரைந்து வெட்டி எடுத்துக் கொள்ளவும். இவைகளை 12x5, 15x4 மற்றும் 20x3 செவ்வகங்களாக அமைக்க முயற்சி செய்யவும். இதற்கு ஆயிரக்கணக்கான வழிமுறைகள் காணப்படுகின்றன. ஆனால் நீங்கள் ஒவ்வொரு செவ்வகத்திலும் ஒன்றை அமைக்கமுடிந்தாலுமே மகிழ்ச்சி கொள்ளுங்கள்!



$10 \times 10 \times 1 =$  கனஅளவு 100 கன செ.மீ



$8 \times 8 \times 2 =$  கனஅளவு 128 கன செ.மீ



$6 \times 6 \times 3 =$  கனஅளவு 108 கன செ.மீ

கணிதத்தில் நாம் அடிக்கடி எது சிறியது அல்லது எது பெரியது என்ற கேள்வியினை எதிர்நோக்குவோம்.

இப்போது உங்களுக்கு 12x12 செ.மீ அட்டையானது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதனை நீங்கள் எவ்வாறு மடித்தால் அதில் அதிகளவு நீரினை சேகரிக்கமுடியும்?

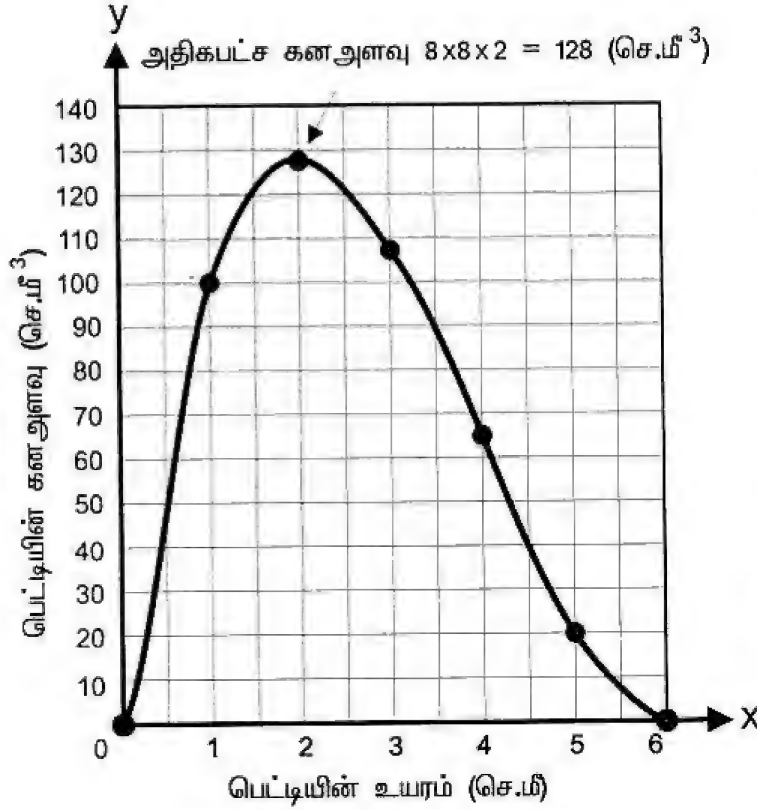
இது மிகவும் சவாலான கேள்வியாகும். இதில் சில தீர்வுகள் ஆச்சரியமாகவும், திருப்திகரமாகவும் இருக்கும்.

நீளம், அகலம் மற்றும் உயரத்தில் உள்ள சில சேர்கைகளின் வாய்ப்புகள் இங்கு சென்டி மீட்டரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கனஅளவு = நீளம்  $\times$  அகலம்  $\times$  உயரம்

- $L(12) \times w(12) \times H(0) =$  கனஅளவு 0 கன செ.மீ
- $L(10) \times w(10) \times H(1) =$  கனஅளவு 100 கன செ.மீ
- $L(8) \times w(8) \times H(2) =$  கனஅளவு 128 கன செ.மீ
- $L(6) \times w(6) \times H(3) =$  கனஅளவு 108 கன செ.மீ
- $L(4) \times w(4) \times H(4) =$  கனஅளவு 64 கன செ.மீ
- $L(2) \times w(2) \times H(5) =$  கனஅளவு 20 கன செ.மீ
- $L(0) \times w(0) \times H(6) =$  கனஅளவு 0 கன செ.மீ





வகை நுண்கணிதத்தினை அறிமுகப்படுத்த இது ஒரு சிறந்த சோதனையாகும்.

உயரம் 1 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது கனஅளவு 100 கன செ.மீ ஆக இருக்கும். உயரம் 2 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது அதிகபட்ச கனஅளவான 128 கன செ.மீ ஆக இருக்கும்.

உயரம் 3 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது கனஅளவு குறைந்து 108 கன செ.மீ ஆக மாறும்.

உயரம் 2 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது வரைபடத்தில் புரட்டு புள்ளி பெறப்படுகிறது.

பெட்டியின் உயரம்  $a$  எனவும் அதன் கனஅளவு  $y$  எனவும் குறிக்கப்பட்டால் அதன் அடிப்பரப்பு  $(12-2a)$  ஆக இருக்கும்.

இவ்வாய்வினைப் பயன்படுத்தி பெட்டியின் கனஅளவினைக் காணலாம்

$$\begin{aligned}
 \text{கனஅளவு} &= \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \times \text{உயரம்} \\
 &= (12-2a) \times (12-2a) \times a \\
 &= (144 - 24a - 24a + 4a^2) \times a \\
 &= (144 - 48a + 4a^2) \times a
 \end{aligned}$$

வகைக்கெழு  $dy/da$  இச்சமன்பாட்டின் சாய்வினை கண்டறியப் பயன்படுகிறது.

$$dy/da = 144 - 96a + 12a^2$$

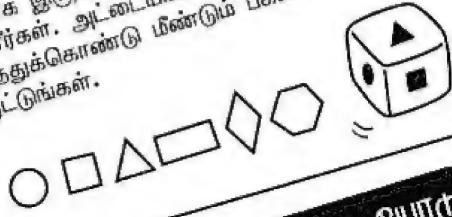
வரைபடத்தில் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச புரட்டு புள்ளிகளில் சாய்வானது சுழி மதிப்பினை அடையும். எனவே  $dy/da = 0$  என்பது அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச கனஅளவுகளைக் கொடுக்கும்.

$$144 - 96a + 12a^2 = 0$$

இச்சமன்பாட்டினைத் தீர்க்க நாம்  $a=6$  மற்றும்  $a=2$  என்ற மதிப்புகளைப் பெறுவோம்.

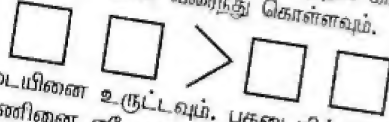
எனவே பெட்டியின் நீளம் மற்றும் அகலம் 8 செ.மீ ஆகவும், உயரம் 2 செ.மீ ஆகவும் இருக்கும்போது அதன் கனஅளவு அதிகமாக (128 கன செ.மீ) இருக்கும்

ஒரு பகடையின் மீது ஆறு வேறுபட்ட வடிவங்களை வரைந்துக் கொள்ளவும். ஒர் அட்டையில் ஒவ்வொரு வடிவத்தினையும் பத்து முறை வரைந்து அதனை வெட்டி எடுத்து அதனை ஒரு பையில் போட்டுக் கொள்ளவும். இப்போது பகடையினை உருட்டவும். நீங்கள் இருந்து ஒரு வடிவத்தினை எடுக்கவும். நீங்கள் எடுத்த வடிவமும் பகடையில் விழுந்த வடிவமும் ஒன்றாக இருந்தால் நீங்கள் வெற்றி பெற்று உள்ளீர்கள். அட்டையினை உங்கள் வசம் வைத்துக்கொண்டு மீண்டும் பகடையினை உருட்டுங்கள்.



### பகடையாடு கொண்டாடு

விளையாடும் ஒவ்வொரு நபரும் படத்தில் காட்டியவாறு நான்கு கட்டங்களை வரைந்து கொள்ளவும்.



பகடையினை உருட்டவும். பகடையில் விழுந்த எண்ணினை ஏதேனும் ஒரு கட்டத்தில் எழுதவும். கட்டத்தில் எழுதிய பிறகு உங்களால் அதன் இடத்தினை மாற்ற இயலாது. அனைத்து கட்டங்களும் நிரம்பும் வரை பகடையினை உருட்டவும். இடது பக்க எண் வலது பக்க எண்ணினை விட பெரியதாக இருக்கிறதா? அப்போது உங்களுக்கு ஒரு மதிப்பெண் வழங்கப்படும். யார் முதலில் ஐந்து மதிப்பெண்கள் பெறுகிறார்களோ அவர்களே வெற்றி பெற்றவர்கள் ஆவர்.

இவ்விளையாட்டிற்கு உங்களுக்கு மூன்று பகடைகள் மற்றும் மதிப்பெண்களைக் குறித்துக்கொள்ள காகிதம் மற்றும் பென்சில் ஆகியவை தேவைப்படும். மூன்று பகடைகளையும் ஒருசேர உருட்டுகள். மூன்றில் விழுந்த எண்ணையும் கூட்டி தாளில் எழுதுங்கள். அதுவே உங்கள் மதிப்பெண்ணாகும். யார் முதலில் 100 மதிப்பெண்களை பெறுகிறார்களோ அவர்களே வெற்றி பெற்றவர்கள் ஆவர்.



விளையாடுபவர் இரண்டு பகடைகளையும் இரண்டு முறை உருட்ட வேண்டும். அவர் ஒவ்வொரு முறையும் பகடையில் விழும் எண்ணினை கூட்டி வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். பிறகு இரண்டு எண்களையும் பெருக்க வேண்டும். சரியான விடைக்கு 1 புள்ளி வழங்க வேண்டும்.

உதாரணமாக

$$6 \times 9 = 54$$

ஒவ்வொரு சுற்றின் முடிவிலும் யார் அதிக புள்ளிகளை பெற்று இருக்கிறார்களோ அவர்களுக்கு ஒரு 1 மதிப்பெண் வழங்கப்பட வேண்டும். முதலில் யார் 10 மதிப்பெண்களை பெறுகிறார்களோ அவர்களே வெற்றி பெற்றவர்கள் ஆவர்.



பலவகைகளில் விளையாடலாம்!

குழந்தைகள் விளையாட்டின் விதிமுறைகளை மாற்றி அமைத்து வெவ்வேறு விளையாட்டுகளை மூன்று பகடைகள் கொண்டு உருவாக்க முடியும். மூன்று பகடைகளையும் ஒன்றாக உருட்டவும். பிறகு அதில் எந்த இரண்டு பகடைகளில் அதிகபட்ச எண்கள் உள்ளனவோ அதனைக்கூட்டி கூடுதலை மூன்றாவது பகடையில் விழுந்துள்ள எண்ணிலிருந்து கழிக்க வேண்டும். இதுவே அவர்களின் மதிப்பெண்ணாகும். சுற்றுகளின் முடிவில் யார் முதலில் 100 மதிப்பெண்களை எடுக்கிறார்களோ அவர்கள் வெற்றி பெற்றவர்கள் ஆவர்.



## பிறந்தநாள்



இக்கேள்வியானது  
உள்ளுணர்வுகளுக்கு  
அப்பாற்பட்டது. நடுவருடன்  
இணைந்த இரண்டு  
ஹாக்கி குழுக்களை  
கற்பனை செய்து  
கொள்ளுங்கள். மொத்தம்  
23 நாட்கள் காணப்படும்  
இக்குழுவில் ஒரே  
பிறந்தநாளை பகிர்ந்து  
கொள்ளக்கூடிய இரண்டு  
நபர்கள் இருப்பதற்கான  
நிகழ்தகவு யாது?

23 நாட்கள் மற்றும் 365 பிறந்தநாள்கள் உள்ள நிலையில் இரண்டு நாட்கள் ஒரே பிறந்தநாளை பகிர்ந்து கொள்வது என்பது சாத்தியமில்லாதது போல் உள்ளது. அநேக மனிதர்கள் இதற்கான நிகழ்தகவு 10 சதவீதத்திற்கும் குறைவாக இருக்கும் என்றே கருதுவார்கள். ஆனால் உண்மையில் இதற்கான நிகழ்தகவு 50 சதவீதத்திற்கும் அதிகமாகும்.

ஒரே பிறந்தநாள் கொண்டுள்ள நாட்களை கணக்கிடும்போது நாம் தனித்தனி மனிதர்களாக கணக்கில் கொள்ளாமல் அவர்களை ஜோடிகளாக கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். ஆச்சரியப்படும் வகையில் 23 நாட்கள் 253 ஜோடிகளை உருவாக்குகின்றனர். உதாரணமாக முதல் மனிதர் மற்ற 22 நாட்களுடன் ஜோடி சேர முடியும். இது 22 ஜோடிகளைக் கொடுக்கிறது. இரண்டாவது மனிதர் இதேபோல் மற்ற 21 நாட்களுடன் ஜோடி சேர முடியும். இது 21 ஜோடிகளைக் கொடுக்கிறது. மூன்றாவது நாள் மற்ற 20 நாட்களுடன் ஜோடி சேர்ந்து 20 ஜோடிகளை உருவாக்குவார். இவ்வாறு உருவான ஜோடிகளைக் கூட்டும்போது நமக்கு 253 ஜோடிகள் கிடைக்கும்.

23 நாட்கள் கொண்ட குழுவில் ஒரே பிறந்தநாள் கொண்டுள்ள நாட்கள் இருப்பதற்கான வாய்ப்பானது 50 சதவீதத்திற்கும் அதிகம் என்பது உள்ளுணர்வின் அடிப்படையில் தவறாக தோன்றினாலும் கணித விதிகளின்படி இது சாத்தியமான ஒன்றாகும். அடுத்தமுறை 23 நாட்களுக்கும் மேற்பட்டவர்கள் கலந்துகொள்ளும் பிறந்தநாள் விழாவிற்கு நீங்கள் செல்லும்போது ஒரே பிறந்தநாளை பகிர்ந்துகொள்ளக்கூடிய இரண்டு நாட்கள் இங்கு இருக்கிறார்கள் என உங்களால் சவால்விட முடியும். இதற்கான வாய்ப்பு 50 சதவீதத்திற்கும் சற்று அதிகம் என்பதனை குறித்துக்கொள்ளுங்கள். ஆனால் நாட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது இதற்கான வாய்ப்பும் அதிகரிக்கிறது. எனவே 30 நாட்கள் கலந்துகொள்ளக்கூடிய பிறந்தநாள் விழாவில் இங்கு இரண்டு நாட்கள் ஒரே பிறந்தநாளினைக் கொண்டுள்ளனர் என நீங்கள் நிச்சயம் புந்தயம் கட்டலாம்!

நீங்கள் பிறந்தநாள் விழாவிற்குச் செல்லும்போது ஒரே பிறந்தநாளைக் கொண்டுள்ள நாட்களைக் கண்டுபிடிப்பதற்கான வாய்ப்பு அதிகம் உள்ளது.

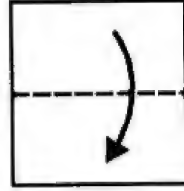


## துளையிடப்பட்ட சமச்சீர்தன்மை

ஒரு காகிதத்தினை மடித்து காகித துளையிடுவானைக் கொண்டு ஒரே ஒரு துளையினை இடவும். காகிதத்தினைத் திறக்கும்போது அதில் துளைகளால் ஆன ஒரு ஒவியம் உள்ளதுபோல் தோன்ற காகிதத்தினை எவ்வாறு மடிக்க வேண்டும் ?



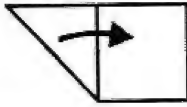
1. காகிதத்தின் கீழ் முனையினை மூன்றில் ஒரு பங்கு மேல்நோக்கி மடிக்கவும்.



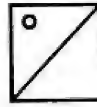
2. அதேபோல் மேல்முனையினை மூன்றில் ஒரு பங்கு கீழ்நோக்கி மடிக்கவும்.



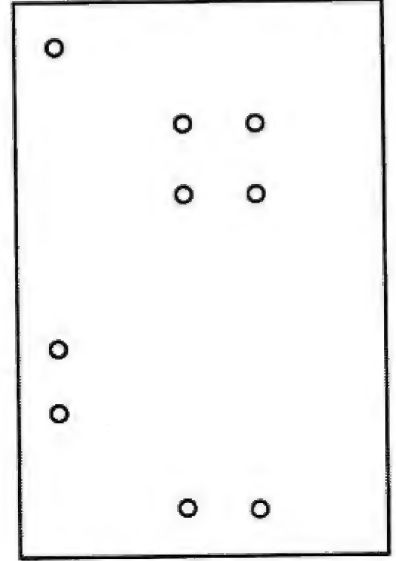
3. முனையினை மேல்நோக்கி மடிக்கவும்



4. குறியிடப்பட்ட முனையினை மேற்புறமாக மடிக்கவும்



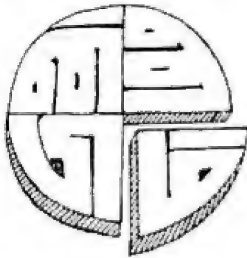
5. இங்கு துளையினை இடவும்.



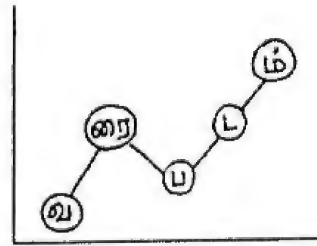
6. காகிதத்தினைத் திறந்தால் இத்தகைய வடிவமைப்பினைக் காணலாம்.

## கணித வரைகலை

ஆயிரம் வார்த்தைகளை காட்டிலும் ஒரு படம் அதிக செய்திகளைக் கூறும். இந்த அழகான வரைகலை வடிவங்கள் அவற்றின் வடிவியல் அமைப்பினைக் காட்சிப்படுத்திக் காண உங்களுக்கு உதவும்.



சதவீதம்



அடுக்குக் கணிதம்



சரிவகம்

இணைநோடு

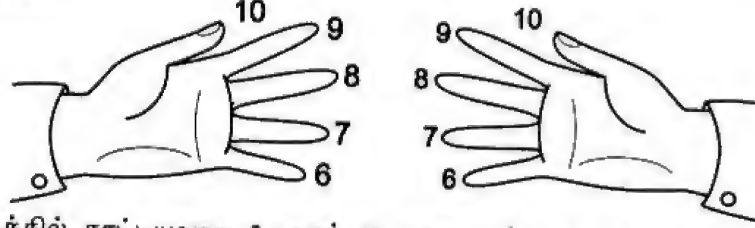


சதுரம்

## விரல்களில் பெருக்கல்

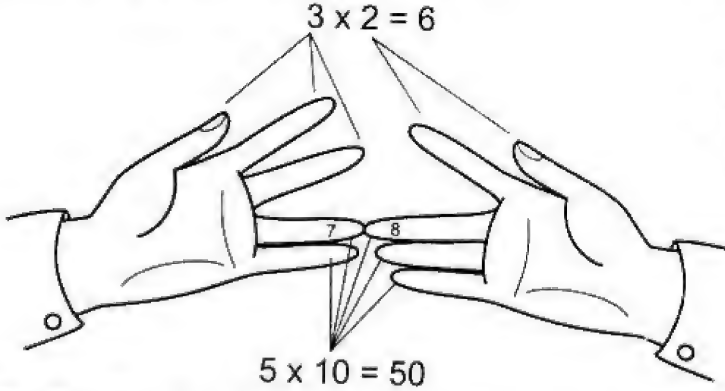


எளிய முறையிலான இப்பெருக்கல் இரஷ்யப் புரட்சிக்கு முன்பு அந்நாட்டில் நடைமுறையில் இருந்த ஒன்றாகும். மக்கள் ஏழ்மை நிலையில் இருந்த காரணத்தால் அவர்களால் தங்கள் குழந்தைகளைப் பள்ளிக்கு அனுப்ப இயலவில்லை. 6 முதல் 10 வரை உள்ள எண்களை பெருக்குவதற்கு இது ஓர் எளிய வழியாகும்.

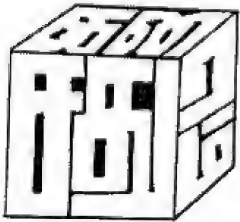


இப்பெருக்கலுக்குப் படத்தில் காட்டியவாறு 6 முதல் 10 வரை உள்ள எண்களை விரல்களுக்கு அளிக்கவும்

நீங்கள் 7 மற்றும் 8 என்ற எண்களை பெருக்க விரும்பினால் ஒரு கையின் 7 ஆம் எண் விரலை அடுத்த கையின் 8 ஆம் எண் விரலுடன் சேர்த்து வைக்கவும். அவ்விரல்களையும் சேர்த்து அதற்கு கீழ் உள்ள அனைத்து விரல்களும் பத்தின் இடமதிப்பு கொண்டதாகும். பிறகு இடது கையில் 7 ஆம் விரலுக்கு மேல் உள்ள விரல்களின் எண்ணிக்கையினை வலது கையில் 8 ஆம் விரலுக்கு மேல் உள்ள விரல்களின் எண்ணிக்கையுடன் பெருக்கவும்.  $3 \times 2 = 6$  என்ற எண் உங்களுக்கு கிடைக்கும். 50 மற்றும் 6 இரண்டையும் கூட்ட உங்களுக்கு கிடைக்கும் விடை 56 ஆகும். இம்முறை எப்போதும் சரியான விடையினை அளிக்கும்.



$$7 \times 8 = 50 + 6 = 56$$



நிள்வட்டம்  
வருத்தல்

அலுவல் கோரிணம்



கணித வரைகலை - கே. மதியழகன்

## பூமியின் சுற்றளவு

ஏறத்தாழ 2200 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு கிரேக்க கணிதவியலாளரான எரோஸ்தனஸ் வட்டம், முக்கோணம் போன்றவற்றினைப் பற்றி அவர் அறிந்தவற்றினைக் கொண்டு பூமியின் சுற்றளவினைக் கணக்கிட்டார்.



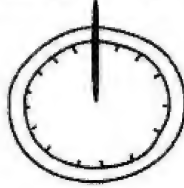
எரோஸ்தனஸ் எகிப்தில் வசித்தார். அவர் சூரியனால் ஏற்படும் நிழலினை அளந்தார்.



ஆனால் சரியாக அதே நேரத்தில் சூரியன் அலெக்சாண்டிரியாவில் உள்ள சூரிய கடிகாரத்தில் மெல்லிய நிழலினை ஏற்படுத்தியது



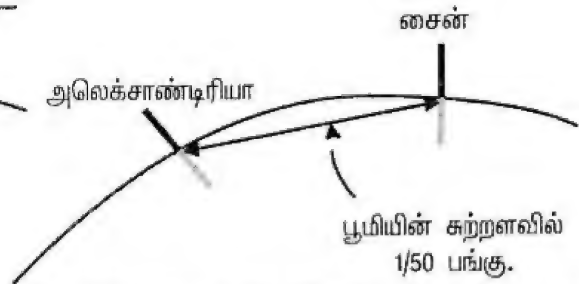
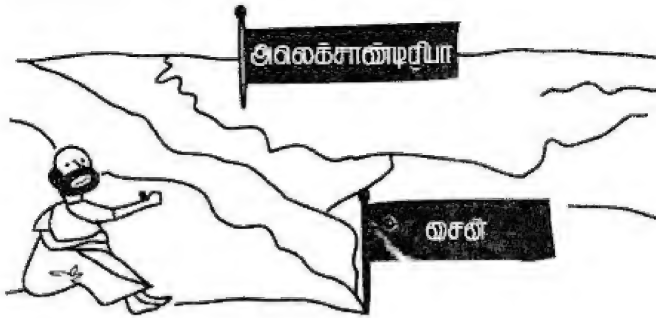
தெற்கு எகிப்தில் உள்ள சைன் நகரத்தில் கடும் கோடையின் நண்பகல் நேரங்களில் சூரியன் எந்தவொரு நிழலினையும் சூரியகடிகாரத்தில் ஏற்படுத்தவில்லை.



இது 7 டிகிரியாக உள்ளது என நான் கணக்கிட்டுள்ளேன்.

அந்நாட்களில் தொலைவானது ஸ்டேன்டியா என்ற அலகினால் அளக்கப்பட்டது. (1 ஸ்டேன்டியா = 0.15 கி.மீ) அலெக்சாண்டிரியா மற்றும் சைன் நகரங்களுக்கிடையே உள்ள தொலைவு 756 கி.மீ

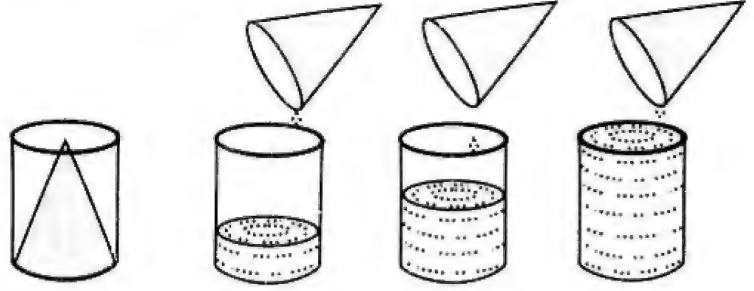
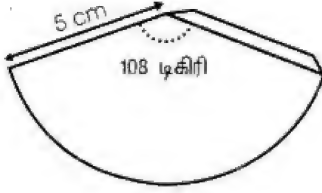
பூமியானது தோராயமாக வட்ட வடிவில் இருந்தால் இரண்டு நகரங்களுக்கு இடையே உள்ள வட்டவில்லானது வட்டத்தின் மொத்த கோணமான 360 டிகிரியில் 7 டிகிரியாகும் அல்லது ஏறத்தாழ 1/50 டிகிரி ஆகும். எனவே இரண்டு நகரங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு பூமியின் சுற்றளவில் 1/50 பங்காகும்.



எரோஸ்தனீஸ் பூமியின் சுற்றளவு 37800 கி.மீ எனக் கணக்கிட்டார். நவீன அளவீடுகள் பூமியின் சுற்றளவு 40075 கி.மீ எனக் கூறுகிறது. எரோஸ்தனீஸின் கணக்கீட்டு முடிவு சிறப்பானதாகும். இது பூமியினை அளக்க பூமியினைச் சுற்றி வர வேண்டிய அவசியமில்லை என்பதை நமக்கு உணர்த்துகிறது. ஒரு சாதாரண நிழலினைக் கொண்டு மிகச் சிறந்த முடிவானது பெறப்பட்டது.



## உருளை-கூம்பு களவளவு

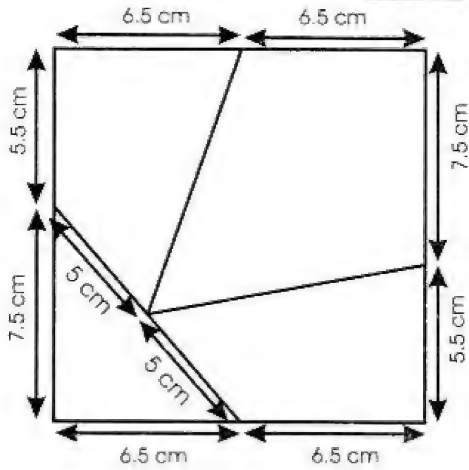


1. 5 செ.மீ ஆரமும் 108 டிகிரி கோணமும் கொண்ட வட்டத்தின் ஒரு பகுதியினை வெட்டிக் கொள்ளவும். அதனை மடக்கி ஒட்டி ஒரு கூம்பினை உருவாக்கவும்.

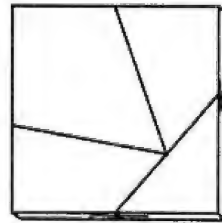
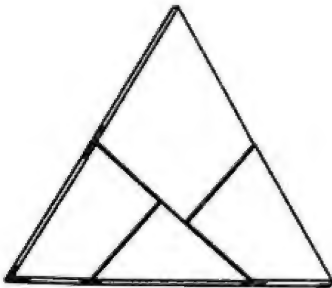
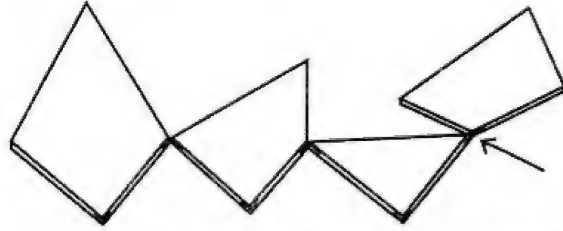
2. கூம்பானது ஒரு உருளைவடிவ கண்ணாடி முகவையின் அடிப்பகுதியில் சரியாக பொருந்துமாறு வைக்கவும்.

3. கூம்பும் உருளையும் ஒரே அடிப்பரப்பினையும் உயரத்தினையும் பெற்றுள்ளது எனில் உருளையின் கனஅளவானது கூம்பின் கனஅளவினை போல் மூன்று மடங்காக இருக்கும். இதனை உறுதி செய்ய முழுக்கூம்பிற்கு மூன்று முறை நீரினை எடுத்து கண்ணாடி உருளையில் ஊற்றவும்.

## சதுரத்திலிருந்து முக்கோணம்



13 செ.மீ பக்கம் கொண்ட சதுரமான இரப்பர் பட்டை ஒன்றினை படத்தில் காட்டியவாறு வெட்டிக் கொள்ளவும். அனைத்துத் துண்டுகளையும் சிறிய துணிப்பட்டையின் மீது பசையினைக் கொண்டு ஒட்டித் தொங்கவிடவும்.



இவ்வமைப்பினை நாம் கலப்பாக சம பக்க முக்கோணமாகவோ அல்லது சதுரமாகவோ மாற்ற இயலும்.

சிறந்த புதிர்களை உருவாக்கும் ஆங்கிலயரான டட்னெம் வித்தியாசமான வைத்திருந்ததாகவும் இரண்டு விருந்தினர்கள் (அவரையும் சேர்த்து மூன்று பேர்) வருகை தந்தால் அவர் மேசையின் அமைப்பினை முக்கோணமாகவும் மூன்று விருந்தினர்கள் வருகைப்புரிந்தால் (அவரையும் சேர்த்து நான்கு பேர்) அம்மேசையினை சதுரமாகவும் மாற்றி மேசையினைச் சுற்றி அமர வைப்பார் எனக் கூறப்படுகிறது.

## வினாக்கள்

### பக்கம் 5

முதல் சங்கிலியில் இருந்து அனைத்து ஊக்குகளையும் வெட்டி 3 தனித்தனி ஊக்குகளாக எடுத்துக்கொள்ளவும். தனி ஒரு ஊக்கினை எடுத்து 3 ஊக்குகள் உள்ள இரண்டு சங்கிலிகளை இணைத்து 7 ஊக்குகள் கொண்ட சங்கிலியினைப் பெறவும். இதேபோல் இரண்டாவது தனி ஊக்கினைக்கொண்டு 3 ஊக்குகள் கொண்ட அடுத்த சங்கிலிகளை இணைத்து 7 ஊக்குகள் கொண்ட சங்கிலியினைப் பெறவும். மூன்றாவது தனி ஊக்கினைக் கொண்டு 7 ஊக்குகளை கொண்ட இரண்டுசங்கிலிகளையும் இணைத்து 15 ஊக்குகள் கொண்ட ஒரு சங்கிலியினைப் பெறலாம். மூன்று முறை ஊக்குகளை வெட்டி 9 3 மூன்று முறை ஊக்குகளை இணைக்க 9 6. எனவே மொத்த செலவு 9 9 ஆகும்.

### பக்கம் 7

$1/6 + 1/5 + 1/3 + 1/10 = 4/5$ . அவ்வாறெனில் மீதம் உள்ள 6 முத்துகள் மொத்த முத்துகளின் எண்ணிக்கையில்  $1/5$  பங்காகும். எனவே அட்டிகையில் இருந்த மொத்த முத்துகளின் எண்ணிக்கை 30 ஆகும்.

### பக்கம் 29

1.  $S=1, O=7, I=3, L=4, B=6, Y=2$
2.  $S=3, L=0, Y=6, R=5, I=9, G=1$
3.  $A=7, E=8, G=9, P=1a$
4.  $M=4, E=6, A=2, L=1, S=5$
5.  $T=9, E=0, P=1, I=5, L=7$
6.  $P=8, E=1, N=3, R=6$
7.  $D=8, O=4, G=9, F=1, A=0, N=2, S=7$
8.  $H=9, O=3, T=2$
9.  $L=6, U=7, S=1, H=9, E=0, R=5$
10.  $S=5, P=9, I=4, T=6$
11.  $T=2, A=5, P=8, E=6$
12.  $S=9, E=5, N=6, D=7, M=1, O=0, R=8, Y=2$
13.  $W=0, I=6, N=2, L=5, A=7, S=8, T=9$
14.  $A=4, H=6, O=2, G=5, T=1, I=0, E=7$
15.  $O=6, N=9, E=3, R=8, Z=1$
16.  $T=7, H=5, I=3, S=0, V=1, E=9, R=4, Y=2, A=5$
17.  $C=9, R=6, O=2, S=3, A=5, D=1, N=8, G=7, E=4$
18.  $M=1, E=3, T=7, R=4, L=6, I=9, G=5, A=0, S=2, C=8$
19.  $J=8, U=4, N=3, E=2, L=7, Y=5, A=1, P=6, R=9, I=0$
20. நீங்களாகவே விடை கண்டுபிடியுங்களேன்!

### பக்கம் 35

1,3,6,10,15,21,28,36,45,55,66,78.... என தொடரானது செல்கிறது.

இத்தொடரில் அடுத்தடுத்த இரண்டு எண்களுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடானது

2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 எனவே 12 வது முக்கோணத்தில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 78 ஆகும்.

### பக்கம் 36

இதற்கான விடை மிகவும் கலப்பானதாகும். முதல் நிகழ்வில் ஒரு பூனையானது இடம் இல்லாமல் இருக்கிறது. இரண்டாவது நிகழ்வில் அனைத்துப் பூனைகளும் உட்கார்ந்த பிறகு இரண்டு பூனைகளுக்கான இடம் மீதம் இருக்கிறது.

எனவே இரண்டாவது நிகழ்வில் நிரப்பட்ட பாய்களின் எண்ணிக்கை நிச்சயமாக  $1+2=3$ . முதல் நிகழ்வில் பூனைகளின் எண்ணிக்கை நிச்சயம் மூன்றினைவிட அதிகமாக இருக்கவேண்டும். ஆனால் ஒவ்வொரு பூனையும் ஒவ்வொரு பாயில் தான் உட்கார் வேண்டும். மூன்று பாய்கள் உள்ளன. நாம் பூனைகளை ஒவ்வொரு பாயிலும் உட்கார் வைத்தால் ஒரு பூனை மீதம் இருக்கும். அதாவது நான்கு பூனைகள். எனவே விடையானது நான்கு பூனைகள் மற்றும் மூன்று பாய்கள்.

### பக்கம் 38

ஒவ்வொரு வடிவமும் ஒத்த பந்துகளில் இருந்த தயாரிக்கப்பட்டுள்ளதால், அவை அனைத்தும் ஒரே எடையினைக் கொண்டிருக்கும்.

**பக்கம் 39**

கொள்கலன் C குறைந்த அளவு நீரினைச் சேகரிக்கும். கொள்கலன் D முதலில் நிரம்பும்.

**பக்கம் 40**

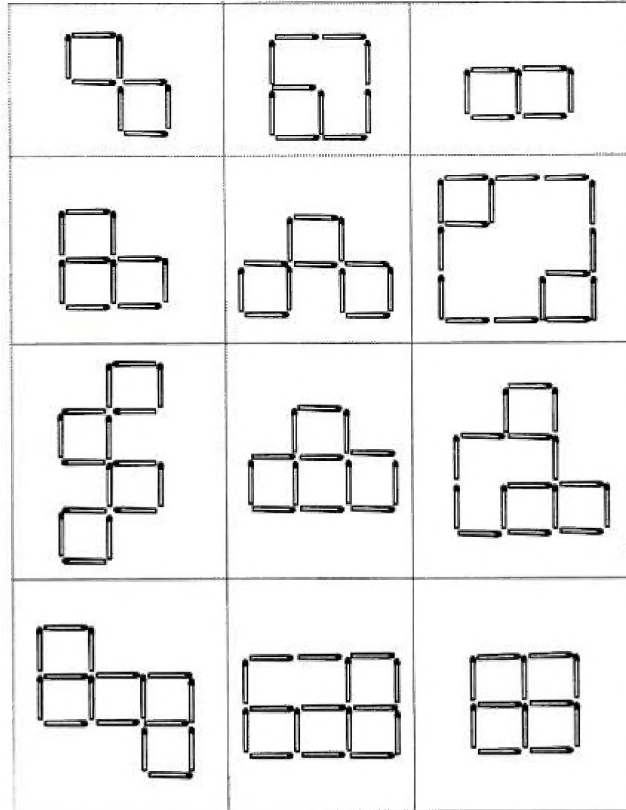
முதலில் 3 லிட்டர் முகவையில் பாலினை நிரப்பி அதனை 7 லிட்டர் முகவையில் ஊற்றவும். மீதமுள்ள 1 லிட்டர் பாலினை வாடிக்கையாளருக்கு ஊற்றவும். மற்றொரு முறை இவ்வாறு செய்யவும். இதன்மூலம் வாடிக்கையாளருக்கு ஊற்றலாம்.

**பக்கம் 44**

இதற்கு விடை காண அவரது குடிசை H ஆற்றின் கரையோரம் புள்ளி H1 லிருந்து சம தொலைவில் ஆனால் அதற்கு எதிர்த்திசையில் அமைந்து இருப்பதாகக் கருதுவோம். ஆற்றிலிருந்து RH மற்றும் RH1 தொலைவுகள் சமமாக இருக்குமாறு ஆடு மேய்ப்பவர் ஆற்றினை அடைய தேர்ந்தெடுக்கும் புள்ளி R ஆனது இருக்க வேண்டும். எவ்வாறு R ஐ தேர்ந்தெடுப்பது? தேர்ந்தெடுக்கப்படும் புள்ளியானது SR+RH1 தொலைவினை குறைப்பதாக இருக்க வேண்டும். SR+RH1 தொலைவினைக் குறைப்பது என்பது SR+RH தொலைவினை குறைப்பதற்குச் சமம்.

இதற்கான தீர்வு எளிமையானதாகும். SRH1 நேர்க்கோடாக இருப்பதற்கு ஏற்ப R புள்ளியினைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

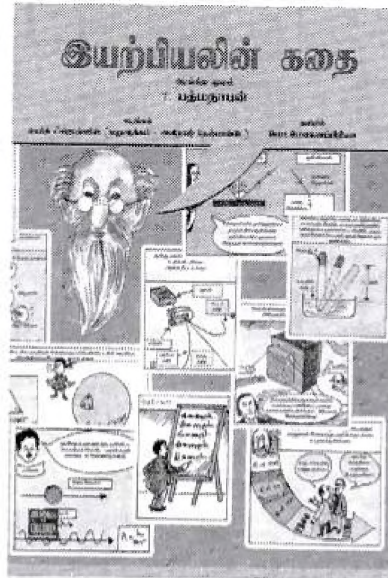
**பக்கம் 46**





## பிற கணித நூல்கள்

22221	கணிதத்தின் கதை (தமிழக அரசின் விருதுபெற்றது) ஆயிஷா இரா.நடராசன்	100
27118	ஜியாமெட்ரி பாக்ஸ் (கணக்கீட்டுக் கருவிகளின் கதை) இரா.நடராசன்	30
27122	நத்தைக்கு எத்தனை கால்? (குட்டி இராமனுஜன்களுடன்   இரா.நடராசன் கணித வேட்டை)	45
27120	உலகை மாற்றிய சமன்பாடுகள்   இரா.நடராசன்	40
27131	எண்களின் கதை   த.வி.வெங்டேஸ்வரன்	50
22353	மலர் அல்ஜிப்ரா (கணித நாவல்)   இரா.நடராசன்	65
27119	சீனுவாச இராமனுஜன் & 125   இரா.நடராசன்	30
27121	கணித மேதைகளின் ஃபேஸ்புக்   இரா.நடராசன்	60
27134	கணிதமேதை ராமனுஜம்   ரகமி	170







நேரி



அன்றாட வாழ்வில் கணிதத்தின் பயன்பாட்டினை,  
ஆர்வமூட்டும் வகையில் அறிமுகப்படுத்தும் புத்தகம் இது...  
கணிதவியலாளர்களின் வாழ்க்கையின் எழுச்சியுடனும்  
கதைகளைப் படியுங்கள்.  
படங்கள், புதிர்கள் மற்றும் செயல்பாடுகளிலிருந்து  
கணிதத்தைக் கற்றுக் கொள்ளுங்கள்.  
சிக்கல்களைத் தீர்க்கும் திறனை வளர்த்துக் கொள்ளுங்கள்.  
கணிதத்தினை நேசிப்பவர்கள் மட்டுமல்ல, கணிதத்தைக்  
கண்டு அஞ்சுபவர்களும் விரும்பக்கூடிய புத்தகம் இது.



நங்கோணம்

சரி

00028112

thamizhbooks.com பாரதி புத்தகாலயம் புத்தகம் பேசுது



00028112

BOOKS  
FOR  
CHILDREN